

Marzenna Zakrzewska
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
Szkoła Wyższa Psychologii Społecznej

WSPÓŁCZYNNIK r_s SPEARMANA JAKO MIARA PODOBIENSTWA PROFILOWEGO

W psychologii i innych naukach społecznych często mamy do czynienia z problemem porównywania nie pojedynczych cech, ale grup cech tworzących profile psychometryczne. Tak się składa, że klasyczne współczynniki korelacji, które znakomicie sprawdzają się jako miary siły związku pomiędzy zmiennymi, nie nadają się do mierzenia podobieństwa profilowego. Celem tej pracy jest pokazanie, dlaczego współczynnik korelacji rangowej r_s Spearmana nie może służyć jako miara podobieństwa profilowego i w jaki sposób można go zaadaptować, by taką miarą mógł zostać.

Podobieństwo dwóch profili za pomocą współczynnika korelacji rangowej r_s Spearmana liczy się według następującego wzoru:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

gdzie:

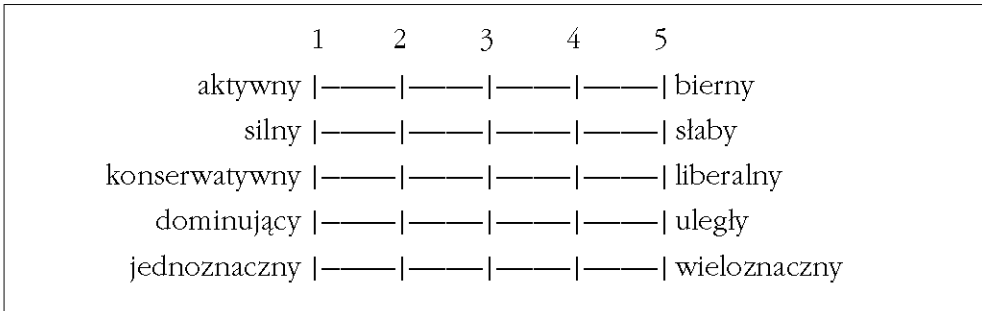
d_i - i -ta różnica pomiędzy rangami dla profilu A i profilu B

n - liczba elementów profilu.

Aby sprawdzić, jak zachowuje się ten współczynnik korelacji w sytuacji porównywania różnych profili, prześledźmy kilka przykładów. Załóżmy, że osoba A i osoba B zostały scharakteryzowane za pomocą przedstawionych w tabeli 1 pięciu skal szacunkowych:

Uwagi do Autorki lub prośby o nadbitki prosimy kierować: Marzenna Zakrzewska, Instytut Psychologii UAM, ul. Szamarzewskiego 89, 60-568 Poznań, e-mail: zakrzuum@amu.edu.pl

Tabela 1. Profil złożony z pięciu skal szacunkowych



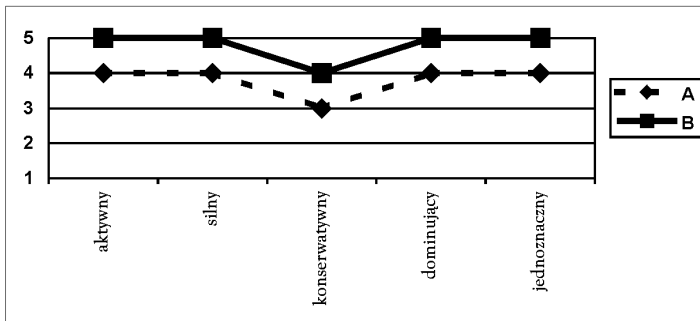
Każda z wykorzystanych tu skal jest pięciostopniową skalą szacunkową. Osoba badana może otrzymać 1, 2, 3, 4 lub 5 punktów w zależności od tego, do jakiego miejsca w skali zostanie przypisana. Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na dwa elementy. Po pierwsze, pomiar dokonywany za pomocą skal szacunkowych jest - rzecz jasna - pomiarem porządkowym. Do szacowania podobieństwa tak skonstruowanych profili można więc użyć tylko wskaźników przeznaczonych dla tego właśnie poziomu pomiaru. Po drugie, każda z wykorzystanych w profilu skal jest skalą z arbitralnym kierunkiem pomiaru. To, czy na przykład osoba oceniona jako aktywna uzyska tu 1 punkt, a osoba oceniona jako bierna 5, czy też odwrotnie, osobie biernej przypiszemy 1 punkt, zaś osobie aktywnej 5 punktów, zależy tu tylko od arbitralnej decyzji badacza.

Na rysunku 1 przedstawione zostały trzy pary profili. Zauważmy, że wszystkie wykorzystane tu profile mają identyczny kształt. Nie znaczy to jednak, że scharakteryzowane za pomocą tych pięciu skal szacunkowych osoby badane są takie same pod względem analizowanych cech. Dwa profile przedstawione na rysunku 1a są bardzo do siebie podobne, ale nie są takie same. Osoba B jest bardzo bierna, bardzo słaba, liberalna, bardzo uległa i bardzo wieloznaczna. Osoba A jest bierna, słaba, uległa oraz wieloznaczna i nie można jej określić ani jako osobę konserwatywną ani liberalną. Jednym słowem osoby te są do siebie podobne pod względem analizowanych cech, ale nie są identyczne. Ich profile mają taki sam kształt, ale natężenie cech tworzących profile nie jest takie samo. Profile osób A i B na rysunku 1b różnią się od siebie bardziej niż profile osób A i B na rysunku 1a. Profil osoby B pozostaje taki sam, zaś profil osoby A nie zmienia kształtu, ale za to zmienia wysokość. To obniżenie profilu A w stosunku do profilu B powoduje, że osoby badane z rysunku 1b są do siebie mniej podobne niż osoby z rysunku 1a. Osoba A jest konserwatywna, a osoba B liberalna. Osobę B można jednoznacznie przypisać do jednego krańca każdej z pozostałych skal tworzących profil, zaś wy-

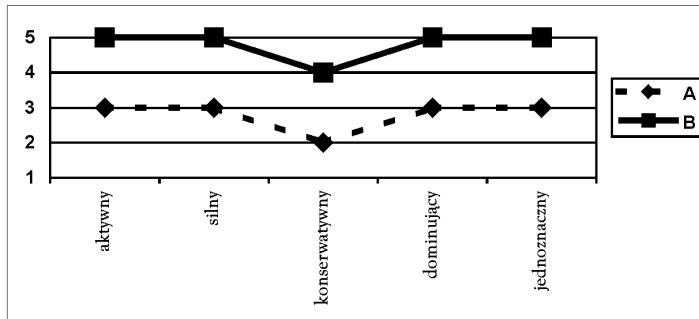
nik osoby B w każdej z nich znajduje się w środku skali. Profile przedstawione na rysunku 1c różnią się jeszcze bardziej. I tu znowu nie zmienia się kształt żadnego z profili, a jedynie profil A jeszcze bardziej obniża się w stosunku do profilu B. Teraz osoba B nadal pozostaje bardzo bierna, bardzo słaba, liberalna, bardzo uległa i bardzo wieloznaczna, a osoba A oceniona została jako aktywna, silna, bardzo konserwatywna, dominująca i jednoznaczna. Trudno w takiej sytuacji mówić o tym, że osoby A i B są do siebie podobne.

Rysunek 1. Trzy układy profili (1a, 1b i 1c) o identycznym kształcie, ale różniących się wysokością

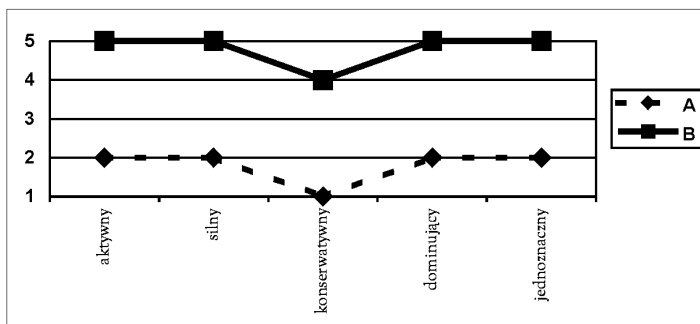
1a:



1b:



1c:



Jeżeli do pomiaru podobieństwa profili A i B wykorzystamy współczynnik r_s Spearmana, to w przypadku każdej pary profili przedstawionych na rysunkach 1a, 1b i 1c otrzymamy wartość 1. Taka wartość współczynnika wskazuje na maksymalne podobieństwo, a więc identyczność profili. Nic w tym dziwnego, jeżeli wziąć pod uwagę fakt, iż policzenie tego współczynnika wymaga najpierw porangowania elementów jednego profilu, następnie porangowania elementów drugiego profilu i wreszcie porównania, jak dalece rangi uzyskiwane przez kolejne skale dla obu profili różnią się. Jeżeli profile mają taki sam kształt, to bez względu na ich wysokość rangi dla tych samych skal dla wszystkich takich profili będą identyczne. W takim przypadku rzecz jasna, suma różnic rang będzie równa 0, zaś wskaźnik r_s będzie osiągał swoją maksymalną wartość, a więc 1.

Powyżej zilustrowana właściwość r_s Spearmana nie jest jedyną wadą tego współczynnika, jeżeli chcielibyśmy go wykorzystać jako miarę podobieństwa profilowego. Na rysunku 2 przedstawiono cztery inne pary profili. Ty razem jednak nie są to profile o takim samym kształcie. Na rysunku 2a zamieszczone zostały hipotetyczne profile charakteryzujące dwie osoby (osobę A i osobę B). Profile składają się z pięciu wyżej opisanych skal szacunkowych z arbitralnym kierunkiem pomiaru. Współczynnik r_s Spearmana wyliczony dla tych profili wynosi 0,45 i wskazuje na ich umiarkowane podobieństwo.

Jak już wyżej wspomniano, skale tworzące profile są skalami z arbitralnym kierunkiem pomiaru. Tylko od decyzji badacza zależy więc to, któremu krańcowi skali przypisze on wartość 1, a któremu wartość 5. Sprawdźmy więc, na co wskaże współczynnik r_s wtedy, gdy odwrócimy kierunek pomiaru w jednej ze skal tworzących profile. Na rysunku 2b przedstawione zostały te same profile charakteryzujące osoby A i B z tym, że pierwsza ze skal została odwrócona i teraz osobie ocenionej jako bardzo aktywna przypisujemy wartość 5, a osobie ocenionej jako bardzo pasywna przypisujemy wartość 1. Współczynnik r_s wyliczony dla takich profili wynosi -0,28 i wskazuje na to, że są one w niewielkim stopniu w stosunku do siebie odwrotne.

Na rysunku 2c po raz kolejny przedstawiono hipotetyczne profile dla osób A i B, tym razem jednak dodatkowo do skali aktywny-bierny odwrócono kierunek pomiaru w skali konserwatywny-liberalny. Teraz osobie bardzo liberalnej przypisujemy wartość 1, a osobie bardzo konserwatywnej przypisujemy wartość 5. Współczynnik r_s Spearmana dla tak skonstruowanych profili wynosi -0,63, a znaczy to, że profile te zostały ocenione jako profile w znacznym stopniu w stosunku do siebie odwrotne.

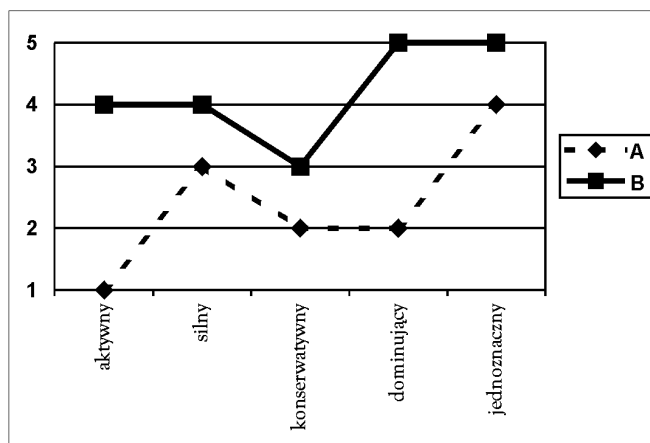
I wreszcie profile przedstawione na rysunku 2d różnią się od profili z rysunku 2c tym, że zamiast w skali konserwatywny-liberalny odwrócono kierunek

pomiaru w skali jednoznaczny-wieloznaczny. Tym razem wartość współczynnika r_s Spearmana wynosi 0.

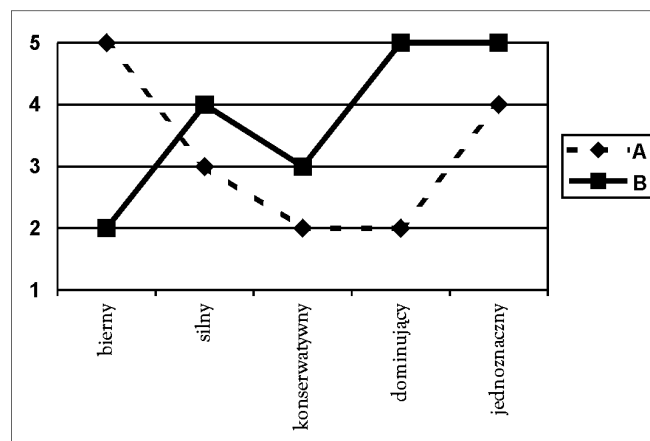
Profile osób przedstawione na rysunkach 1a, 1b i 1c bardziej lub mniej różniły się od siebie. Profil osoby B pozostawał na każdym z tych rysunków taki sam, ale profil osoby A coraz bardziej oddalał się od profilu osoby B sprawiając jednocześnie, że osoby te stawały się coraz mniej do siebie podobne pod względem analizowanych cech. W przypadku par profili z rysunków 2a, 2b, 2c i 2d sytuacja przedstawia się zupełnie inaczej. Charakterystyka osoby A na każdym z czterech rysunków jest taka sama i charakterystyka osoby B na żadnym z tych rysunków nie zmienia się. Jednak z powodu odwrócenia kierunku pomiaru

Rysunek 2. Pary profili o odwróconym kierunku pomiaru w niektórych skalach

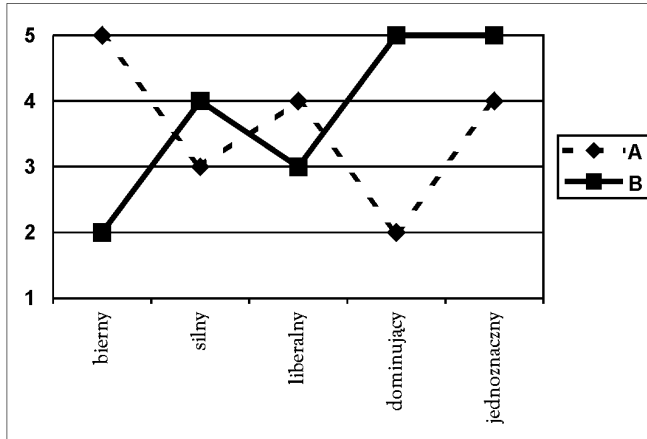
2a



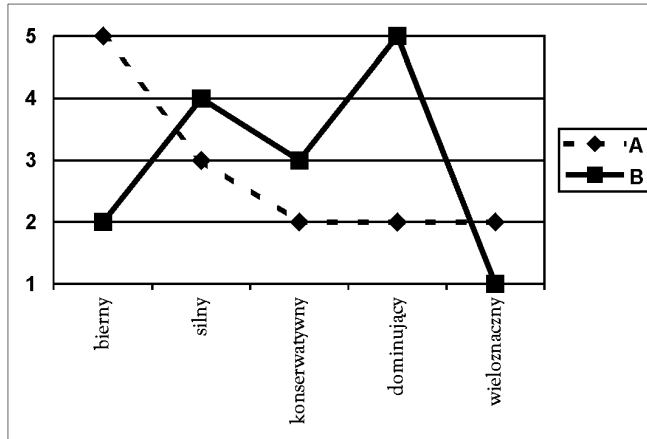
2b



2c



2d



w niektórych skalach zmienia się kształt tych profili. I tak na przykład, po odwróceniu skali aktywny-pasywny najniższy punkt w profilu osoby A (rysunek 2a) stał się punktem najwyższym (rysunek 2b), a po odwróceniu skali jednoznaczny-wieloznaczny jeden z dwóch najwyższych punktów w profilu osoby B (rysunek 2a) stał się punktem najniższym (rysunek 2d). Nie może to pozostać bez wpływu na wartość współczynnika r_s , ponieważ zmiana kształtu profilu pociąga za sobą zmiany w rangowaniu. Po odwróceniu kierunku pomiaru w jednej lub większej liczbie skal tworzących profil porządek tych skal, a co za tym idzie ich ranga w profilu, zmienia się. Dlatego zmienia się też wartość współczynnika r_s Spearmana. Jak zilustrowano powyżej, te same dwa profile zostały ocenione za każdym razem inaczej. Najpierw jako umiarkowanie podobne ($r_s = 0,45$), po-

tem jako w niewielkim stopniu odwrotne ($r_s = -0,28$), następnie jako w dużym stopniu odwrotne ($r_s = -0,63$), wreszcie jako profile zupełnie do siebie niepodobne ($r_s = 0$).

Zważywszy na fakt, że za każdym razem mamy do czynienia z tą samą parą profili, a sposób opisu krańców skal z arbitralnym kierunkiem pomiaru może wynikać nie tylko z decyzji badacza (zwykle arbitralnej), ale też może być po prostu dziełem przypadku, klasyczna forma współczynnika r_s Spearmana nie powinna być wykorzystywana jako miara podobieństwa profili psychometrycznych.

Współczynnik r_s Spearmana, który jest dobrą miarą związku pomiędzy zmiennymi, nie daje się więc wykorzystać jako wskaźnik podobieństwa profilowego. Podobnie zachowuje się inny, dobrze badaczom znany wskaźnik korelacji, współczynnik r Pearsona (Zakrzewska 1989, 1990). Współczynnik ten również nie uwzględnia różnic w wysokości profili analizując tylko ich kształt i zmienia swoją wartość w przypadku odwrócenia kierunku pomiaru w jednej lub w większej liczbie skal tworzących profile. Wszystko to sprawia, że nie sprawdza się jako wskaźnik podobieństwa profilowego.

Cohen (1969) zaproponował, by do pomiaru podobieństwa profili cech wyrażonych na skali interwałowej wykorzystywać inny wskaźnik, który nie posiada wad współczynnika r Pearsona i nazwał go współczynnikiem r_c . Warto jednak zauważyć, że - mimo odmiennej formuły według której liczy się ów wskaźnik i wprowadzenia innej nazwy, współczynnik r_c jest tylko taką modyfikacją współczynnika r Pearsona, by był on przystosowany do pomiaru podobieństwa profili. Cohen wyszedł z założenia, że - ponieważ w skalach z arbitralnym kierunkiem pomiaru ów kierunek jest zwykle wynikiem decyzji badacza - nie można od tej decyzji uzależniać wartości wskaźnika. To, że jeden badacz przypisze niskie wyniki introwersji a wysokie ekstrawersji, a drugi odwrotnie, niskie wyniki ekstrawersji a wysokie introwersji, nie może mieć wpływu na wnioski z badań empirycznych. Tymczasem, jak wykazano powyżej, te same dwa profile po zmianie kierunku pomiaru w niektórych skalach mogą zostać ocenione jako podobne, niepodobne oraz wzajemnie odwrotne. Cohen zaproponował, by analizowane profile wydłużyć w taki sposób, żeby zostały w nich uwzględnione oba alternatywne kierunki pomiaru. Tak zmienione profile składają się więc z dwa razy większej liczby cech niż profile oryginalne. Wskaźnik r_c Cohena to nic innego jak współczynnik r Pearsona policzony dla wydłużonych profili, w których każdy element reprezentowany jest przez jego oryginalny kierunek i przez jego opozycję.

Współczynnik r Pearsona, a co za tym idzie, wskaźnik r_c Cohena, można policzyć tylko w przypadku, gdy dysponujemy profilem cech zmierzonych na skali co najmniej interwałowej. Profile analizowane w niniejszej pracy tworzone są z cech zmierzonych na skalach szacunkowych, a więc na porządkowym poziomie pomiaru. Do oszacowania ich podobieństwa nie można więc wykorzystać wskaźnika r_c . Można jednak wykorzystać pomysł Cohena i zastosować go do takiego współczynnika korelacji, który skonstruowany został dla pomiarów na skali porządkowej, a więc na przykład do r_s Spearmana. Wydłużony profil, w którym każda cecha reprezentowana jest dwa razy (przez obydwa alternatywne kierunki pomiaru) przedstawiony został w tabeli 2.

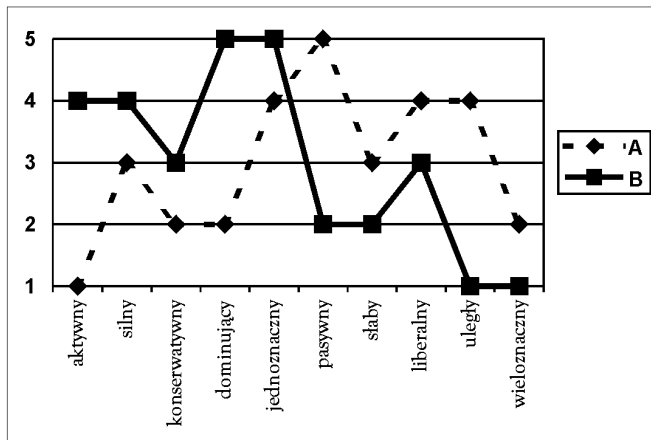
Tabela 2. Wydłużony profil składający się z pięciu skal szacunkowych, w którym każda cecha reprezentowana jest przez oryginalny kierunek pomiaru oraz przez jego opozycję

	1	2	3	4	5	
aktywny	——	——	——	——		bierny
silny	——	——	——	——		słaby
konserwatywny	——	——	——	——		liberalny
dominujący	——	——	——	——		uległy
jednoznaczny	——	——	——	——		wieloznaczny
bierny	——	——	——	——		aktywny
słaby	——	——	——	——		silny
liberalny	——	——	——	——		konserwatywny
uległy	——	——	——	——		dominujący
wieloznaczny	——	——	——	——		jednoznaczny

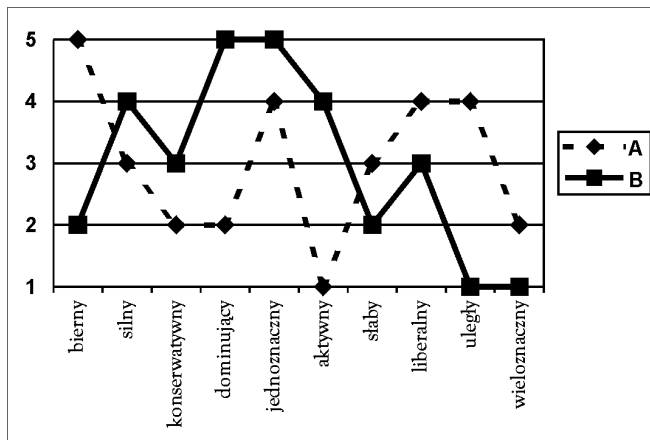
Na rysunku 3 przedstawiono cztery pary profili. Są to te same profile, które zostały zamieszczone na rysunku 2 z tym, że każdy z nich został wydłużony o pięć elementów. Kolejne dodatkowe elementy są po prostu odwróceniem kolejnych skal tworzących oryginalne profile. Sprawdźmy teraz, czy wskaźnik r_s Spearmana wskaże na różny stopień podobieństwa kolejnych par profili tak, jak działa się to w przypadku profili z rysunku 2.

Rysunek 3. Pary wydłużonych profili z rysunku 2, w których każdy element reprezentowany jest przez oryginalny kierunek pomiaru oraz przez jego opozycję

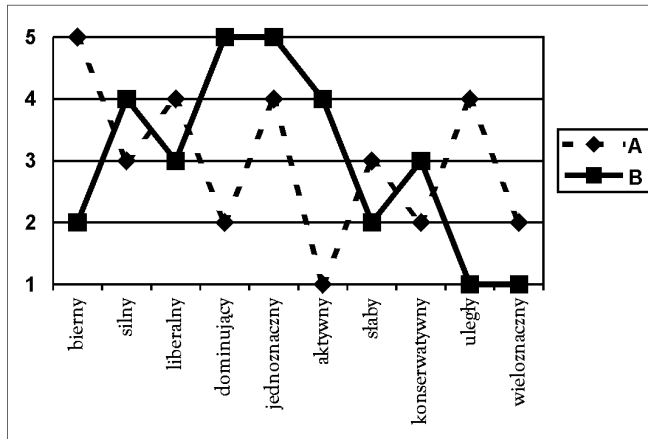
3a



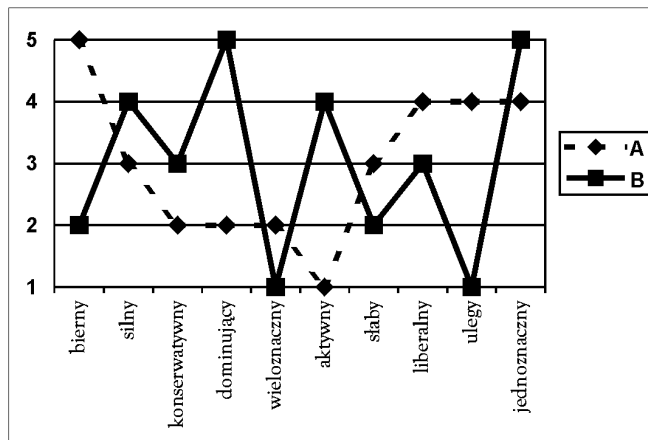
3b



3c



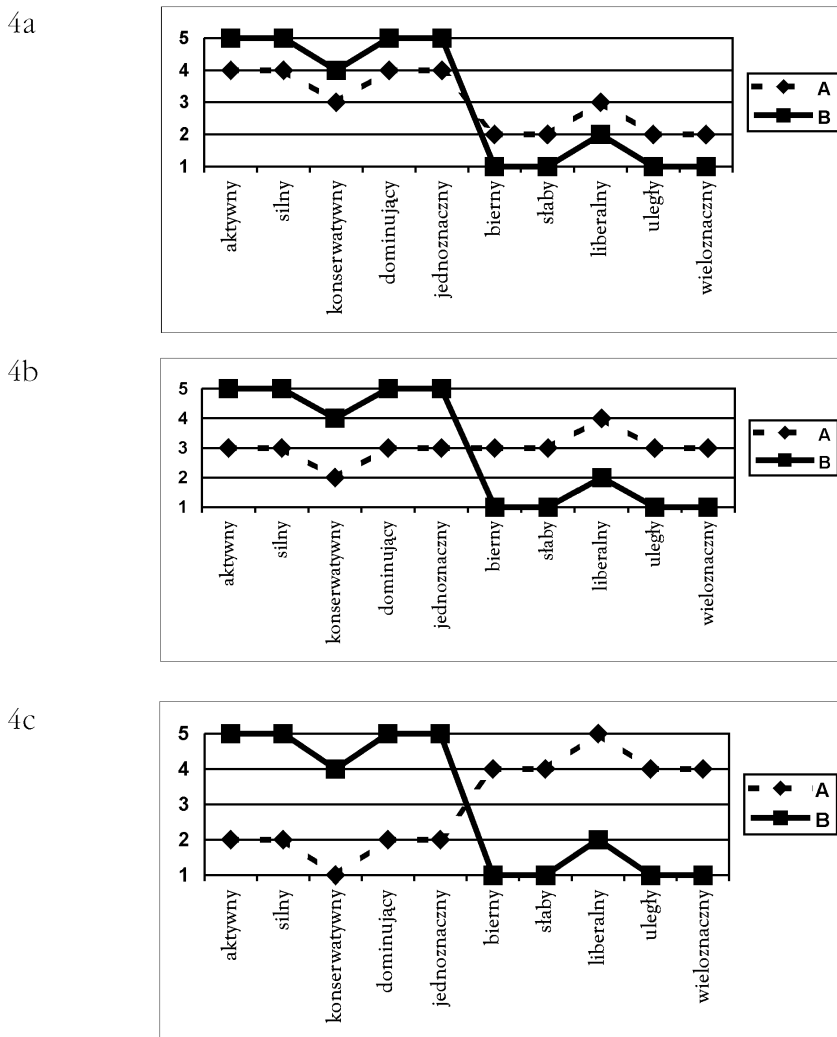
3d



Okazało się, że współczynnik r_s Spearmana policzony dla wszystkich czterech par profili jest taki sam i wynosi $-0,18$. I znowu nic w tym dziwnego zważywszy na fakt, że i profil osoby A i profil osoby B na każdym z czterech rysunków ma taki sam kształt. Rysunki 3a, 3b, 3c oraz 3d różnią się tylko kolejnością, w jakiej wyrysowane są skale. Zmiana kierunku pomiaru zmienia wprowadzie ową kolejność, nie jest jednak w stanie zmienić kształtu profilu. Dla wskaźnika podobieństwa nie ma znaczenia, czy wysokie wyniki przypiszemy osobie aktywnej czy osobie biernej, ponieważ obydwa kierunki pomiaru są teraz w profilu reprezentowane.

Na rysunku 4 przedstawione zostały z kolei wydłużone pary profili z rysunku 1. W odróżnieniu od profili z rysunku 3 nie mają one takiego samego kształtu. Profil osoby B pozostaje przez cały czas taki sam, ale profil osoby A przesuwają się coraz niżej sprawiając, że osoby te są coraz mniej do siebie podobne pod względem analizowanych cech.

Rysunek 4. Pary wydłużonych profili z rysunku 1, w których każdy element reprezentowany jest przez oryginalny kierunek pomiaru oraz przez jego opozycję



Przypomnijmy, że współczynnik r_s Spearmana policzony dla par profili z rysunku 1 w każdym przypadku osiągnął wartość 1, a tym samym wskazał na identyczność profili. Ten sam wskaźnik policzony dla przedstawionych na rysunku 4 par profili wydłużonych za każdym razem przyjmuje inną wartość. Profile z rysunku 4a są bardzo do siebie podobne ($r_s = 0,98$), profile z rysunku 4b są podobne tylko trochę ($r_s = 0,26$), a profile z rysunku 4c zostały już ocenione jako wzajemnie odwrotne ($r_s = -0,52$).

Wszystko, co przedstawiono powyżej, skłania do wyprowadzenia wniosku, że współczynnik korelacji rangowej r_s Spearmana może, tak samo jak współczynnik korelacji r Pearsona, zostać zastosowany do mierzenia podobieństwa profilowego pod tym jednak warunkiem, że oryginalny profil cech zostanie wydłużony. Elementów profilu będzie dwa razy więcej, bo każda cecha musi być reprezentowana przez oryginalny kierunek pomiaru i przez jego opozycję. Wtedy wartość wskaźnika będzie niezależna od zastosowanego przez badacza kierunku pomiaru. Współczynnik będzie też wtedy brał po uwagę nie tylko kształt profilu, ale również natężenie cech, z których ów profil się składa.

Formuła, według której można policzyć współczynnik r_s dla wydłużonego profilu bez konieczności dopisywania wyników dla odwróconych skal, przedstawia się następująco:

$$r_{s(P)} = 1 - \frac{12 \sum_{i=1}^n d_i^2}{2n \left[(2n)^2 - 1 \right]}$$

gdzie:

d_i - i -ta różnica pomiędzy rangami dla profilu A i profilu B

n - liczba elementów profilu.

Literatura

- Cohen, Jacob. 1969. r_c : *A profile similarity coefficient invariant over variable reflection*. „Psychological Bulletin”, 71, s. 281–284.
- Zakrzewska, Marzenna. 1989. *Konsekwencje wyboru miary podobieństwa cech (obiektów) w psychologicznych zastosowaniach analizy skupień*. W: J. Brzeziński, T. Marek, Cz. Noworol (red.). *Psychologia Matematyczna*, 3, s. 87–98, Kraków: UJ.
- Zakrzewska, Marzenna. 1990. r , r_i oraz r_c jako współczynniki podobieństwa profili psychometrycznych. W: J. Brzeziński, T. Marek, Cz. Noworol (red.). *Psychologia Matematyczna*, 4, s. 97–115, Kraków: UJ.