

Roman Konarski
Uniwersytet Gdański

ANALIZA ZMIANY Z ZASTOSOWANIEM ANALIZY LATENTNYCH KRZYWYCH ROZWOJOWYCH

Tradycyjne podejście (M)ANOVA w analizie procesów zmiany zakładało, że zmiana to seria kwantowych różnic w funkcjonowaniu jednostek między arbitralnymi chwilami pomiarowymi. Taka koncepcja zmiany jest modelem średniej zmiany, w którym różnice interindywidualne są rozważane jako pozostałość niewyjaśniana przez zastosowany model (M)ANOVA. Zaprezentowany w obecnym artykule model latentnych krzywych rozwojowych rozwija tradycyjne podejście (M)ANOVA, cechując zmianę jako proces ciągły, posiadający pewną charakterystykę różniącą się między osobami. Takie podejście do analizy procesów zmiany pozwala na test hipotez rozwojowych, odnoszących się do korelacji między statusem początkowym i tempem zmiany, oraz czynników wyjaśniających interindywidualne zróżnicowanie w statusie początkowym i/lub w tempie zmiany. Artykuł prezentuje statystyczne podstawy modelu latentnych krzywych rozwojowych w konwencji ogólnego modelu równań strukturalnych oraz ilustruje zastosowanie tego modelu statystycznego w empirycznym badaniu efektywności dodatku odżywczego na funkcjonowanie poznawcze osób cierpiących na chorobę Alzheimera. Dyskutowane są ograniczenia modelu latentnych krzywych rozwojowych oraz nowe zastosowania tego modelu statystycznego w analizie niekompletnych danych rozwojowych, a także planów badawczych łączących cechy planów podłużnych i poprzecznych.

Procesy zmiany, zachodzące w czasie oraz/lub będące wynikiem interwencji mogą nieść rozwój lub schyłek w funkcjonowaniu jednostki. Analiza procesów zmiany służy poznaniu charakteru przebiegu tych procesów. W konsekwencji, analiza zmiany zajmuje centralną rolę w tych obszarach psychologii, dla których

zmiana jej przyczyny i konsekwencje są przedmiotem poznania naukowego (Harris 1963; Collins i Horn 1991; Gottman 1995; Collins i Sayer 2001).

W literaturze zmiany rozróżnia się między zmianą jakościową a zmianą ilościową w zachowaniu jednostki (McCall 1977; Wohlwill 1973). Konstrukty zmieniające się jakościowo zmieniają swoje znaczenie w procesie rozwoju, i w konsekwencji są nazywane konstrukdami dynamicznymi (Collins 1991; Labouvie 1981; Tisak i Meredith 1990). Konstrukty dynamiczne są manifestowane jako posiadające zmienną strukturę czynnikową między chwilami pomiarowymi (Tisak i Meredith 1990; Cunningham 1991). W analizie zmiany ilościowej skupiamy się na zmianach w poziomach funkcjonowania jednostki na przestrzeni dwóch lub więcej chwil pomiaru. Ważnym warunkiem analizy zmiany ilościowej jest to, aby zmienne psychologiczne (konstrukty, cechy, wymiary) nie zmieniały swojego znaczenia w czasie, to jest nie podlegały zmianie jakościowej (Lord 1958; Bereiter 1963; Rogosa, Brandt i Zimowski 1982; Willett i Sayer 1994). Obecność zmian jakościowych jest czynnikiem uniemożliwiającym poprawną interpretację zmiany ilościowej oraz często niedocenianym aspektem komplikującym badanie zmiany (Rogosa, Brandt i Zimowski, 1982; Cunningham 1991). Tak jak wszystkie modele dla zmiany ilościowej, poprawne stosowanie modeli prezentowanych w artykule zakłada, że instrumenty pomiarowe dają rzetelny i trafny pomiar zachowań w każdej chwili pomiaru (Rogosa, Brandt i Zimowski 1982; Willett i Sayer 1994).

W tradycyjnym podejściu (M)ANOVA¹ zmiana jest charakteryzowana jako różnica w funkcjonowaniu grup między chwilami pomiarowymi (O'Brien i Kaiser 1985). W konsekwencji, głównym celem analizy (M)ANOVA jest określenie wielkości tej różnicy. Dwa fundamentalne problemy podejścia (M)ANOVA to fakt, że chwile pomiaru są zazwyczaj arbitralne oraz to, że zmiana to zazwyczaj nie seria kwantowych różnic w funkcjonowaniu, ale proces ciągły, który posiada pewną charakterystykę niedostrzegalną dla tej tradycyjnej strategii analitycznej.

Rozwinięcie podejścia (M)ANOVA do analizy trendów czasowych (*trend analysis*) jest próbą przewyciężenia tych ograniczeń (McCall i Appelbaum 1973). W analizie trendów czasowych testujemy funkcjonalne formy charaktery-

¹ Modele ANOVA i MANOVA będziemy charakteryzowali jako (M)ANOVA, gdyż z konceptualnego punktu widzenia te modele są zamienne w analizie zmiany. W sytuacjach z dwoma falami badania strategię ANOVA i MANOVA dają takie same wyniki. W sytuacjach z więcej niż dwoma chwilami pomiaru ANOVA i MANOVA zwykle dają wyniki różniące się nieznacznie, ponieważ podejścia te różnią się założeniami wobec rozkładu błędu pomiarowego. Model MANOVA nakłada mniej ograniczeń na rozkład błędu niż model ANOVA, i z tego powodu MANOVA jest zwykle bardziej pożądana w analizie procesów zmiany (O'Brien i Kaiser 1985).

zujące wzorzec zróżnicowania średnich wyników osiągniętych w różnych chwilach pomiaru. Jednak, tak jak w tradycyjnym podejściu (M)ANOVA, analiza trendów czasowych jest analizą na poziomie grupy. Zróżnicowanie wewnątrzgrupowe, w każdej chwili pomiaru, jest rozważane jako błąd przysłaniający procesy analizowane na poziomie grup. Ponadto, analiza trendów czasowych nie wykorzystuje informacji zawartej w strukturze kowariancji między chwilami pomiarowymi, pozostawiając tę ważną informację o rozwoju niewykorzystaną.

Niniejszy artykuł prezentuje statystyczny model latentnych krzywych rozwojowych (*latent growth curve model*, LGCM) jako rozwinięcie tradycyjnego podejścia (M)ANOVA w analizie zmiany. W prezentowanym modelu statystycznym badamy indywidualną zmianę jako funkcję czasu. W podejściu LGCM zmiana jest najpierw rozważana na poziomie indywidualnej osoby i jedynie wtórnie na poziomie całej grupy badanych. Wynikiem tej analizy jest średnia (typowa) trajektoria zmiany oraz zróżnicowanie indywidualnych trajektorii zmiany dookoła średniej trajektorii. W tym znaczeniu prezentowany model latentnych trajektorii jest podobny do tradycyjnej analizy trendów czasowych w podejściu (M)ANOVA. (M)ANOVA z pomiarem powtarzalnym jest specjalnym przypadkiem bardziej ogólnego podejścia LGCM (Meredith i Tisak 1990). Podejście LGCM do analizy procesów zmiany rozwija tradycyjne metody analizy zmiany, wykorzystując całą informację zawartą w danych. W LGCM rozróżnia się *explicite* między strukturami średnich i kowariancji. W ten sposób każda z tych struktur może być jednocześnie modelowana. To pozwala na oszacowanie takich parametrów, jak interindywidualne zróżnicowanie w statusie początkowym i tempie zmiany oraz korelację między stanem początkowym i tempem zmiany.

Modele zmiany

Typowy plan badawczy, pozwalający na test hipotez dotyczących zmiany jest odmianą badania podłużnego (*longitudinal*), który składa się z pomiarów powtarzalnych dla n osób w T chwilach (falach) pomiarowych, rozdzielonych przedziałem czasu. W badaniach empirycznych taki przedział czasowy może rozciągać się na przestrzeni kilku lat lub kilku godzin (lub mniej). W konsekwencji, dane podłużne składające się z obserwacji zmiennej zależnej y dla osoby i ($i = 1, 2, \dots, n$) w chwili pomiaru t ($t = 1, 2, \dots, T$), które możemy zapisać jako y_{it} . Zwykle zakładamy, że liczba badanych osób jest dużo większa od liczby fal, $n \gg T$.

Tradycyjne podejście (M)ANOVA

W tradycyjnym podejściu (M)ANOVA do analizy danych podłużnych obserwacje y_{it} są podzielone jako:

$$y_{it} = \mu_t + \alpha_{it} + e_{it} \quad (1)$$

gdzie μ_t jest średnim poziomem zmiennej zależnej y dla wszystkich osób w chwili pomiarowej t , α_{it} jest efektem charakterystycznym dla osoby i w chwili pomiarowej t . W konsekwencji, średnia hipotetycznych powtórzeń pomiaru w chwili pomiarowej t dla tej samej osoby jest $\mu_t + \alpha_{it}$. Zmienna e_{it} jest „błędem” reprezentującym różnicę między wynikiem zaobserwowanym w y_{it} i $\mu_t + \alpha_{it}$ dla danej osoby w danej chwili pomiaru. Zakładamy, że w danej chwili pomiaru t , „błąd” e_{it} jest niezależny oraz posiada rozkład normalny $N(0, \sigma^2)$ (Crowder i Hand 1990).

Koncepcja zmiany jako różnica, która zachodzi między dwoma ($T = 2$) lub więcej ($T > 2$) chwilami pomiarowymi, jest dobrze wpasowana w tradycyjną strategię analityczną (M)ANOVA, gdzie czas jest traktowany jako czynnik jakościowy z T poziomami. Takie zastosowanie jest dokładnie spójne z kwantową koncepcją zmiany, w której porządek czasowy obserwacji jest zawarty w analizie jako seria sukcesywnych różnic między sąsiadującymi chwilami pomiarowymi. W tej koncepcji zmiany przedmiotem hipotez statystycznych są różnice w średnich grup, osiągnięte w każdej chwili pomiaru. Różnice interindywidualne są traktowane jako błąd lub pozostałość niewyjaśniana przez model (M)ANOVA.

Aby zilustrować tradycyjne (kwantowe) podejście do konceptualizacji oraz analizy zmiany, rozważmy dane dla czterech osób mierzonych w czterech chwilach pomiarowych, przedstawione w tabeli 1. Jak możemy zauważyć w tabeli 1, średnie wyniki tych osób systematycznie rosną z każdą chwilą pomiaru, $\bar{Y}_1 = 0,37$, $\bar{Y}_2 = 0,43$, $\bar{Y}_3 = 0,50$, i $\bar{Y}_4 = 0,56$. Ponadto, dane w tabeli 1 przedstawiają klasyczny „fan spread”, w którym rozproszenie (wariancja) wyników zwiększa się z każdą chwilą pomiaru, $s_1^2 = 0,02$, $s_2^2 = 0,03$, $s_3^2 = 0,04$, i $s_4^2 = 0,05$.

Tabela 1. Dane dla czterech osób mierzonych w czterech chwilach pomiaru

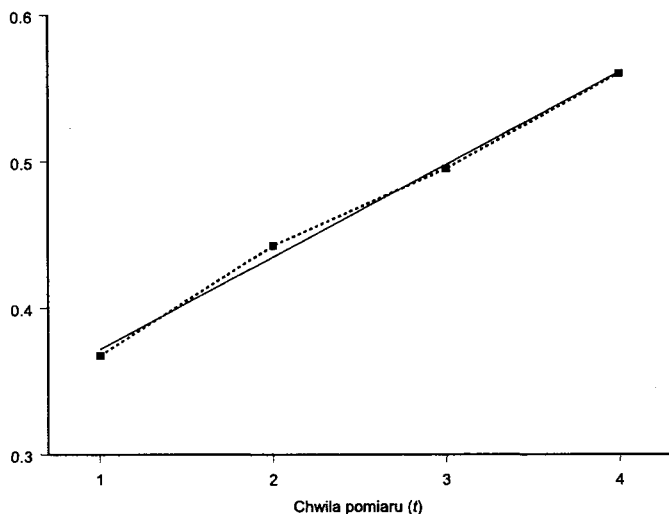
Osoba	Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3	Pomiar 4
1	0,446	0,557	0,668	0,779
2	0,539	0,593	0,647	0,701
3	0,216	0,297	0,378	0,459
4	0,286	0,292	0,298	0,304
\bar{Y}	0,372	0,435	0,498	0,561
<i>sd</i>	0,147	0,163	0,188	0,219

W typowym zastosowaniu (M)ANOVA testujemy, czy zaobserwowane różnice w średnich wynikach osiągnięte w dwóch (lub więcej) chwilach pomiaru są statystycznie istotne. Jednak zaobserwowany w tabeli 1 systematyczny przyrost w średnich wynikach grupy może być wynikiem jakiegoś procesu (na przykład rozwojowego), który w żaden sposób nie jest charakteryzowany w podejściu (M)ANOVA. Sugeruje to obecność „fan spread”, który jest zjawiskiem często obserwowanym w procesach rozwojowych i jest wynikiem zwiększającego się zróżnicowania interindywidualnego w procesie zmiany (Rogosa, Brandt i Zimowski 1982). Obecność „*fan spread*” podpowiada, że proces rozwoju nie jest jednorodny między osobami, i dlatego powinien być rozważany na poziomie indywidualnej osoby. Jednak (M)ANOVA rozważa rozwój jedynie na poziomie grupy, chociaż średnie wyniki osiągnięte w każdej chwili pomiaru nie odzwierciedlają schematu rozwoju dla żadnej osoby, ani nawet średniego (typowego) schematu rozwoju dla całej grupy osób. Ponadto (M)ANOVA nie odzwierciedla kowariancji między wynikami osiągniętymi w różnych chwilach pomiaru, ani ciągłej natury badanego procesu rozwojowego.

Z tego powodu tradycyjny model (M)ANOVA został rozszerzony do zastosowań tego modelu w analizie trendów czasowych (McCall i Appelbaum 1973). Analiza trendów jest zgodna z koncepcją ciągłego procesu zmiany, ponieważ traktuje wzorzec zmiany jako zależny od czasu i umożliwia egzaminowanie formy (trendu), jaką zmiana może przyjąć. Szczególnie w planach badawczych z $T > 2$ chwilami pomiarowymi, analiza trendów czasowych pozwala na traktowanie efektu czasu jako $p = T - 1$ ortogonalnych trendów wielomianowych, gdzie rozpoczynając od trendu liniowego każdy następny trend reprezentuje wzorzec zmiany w średnich wynikach grupy jako wielomian wyższego rzędu (McCall i Appelbaum 1973). Na przykład, w analizie trendów czasowych możemy testować, czy średnie wyniki grupy zmieniają się w schemacie liniowym, kwadratowym lub sześciennym.

Liniowy trend czasowy dla danych w tabeli 1 jest przedstawiony na rycinie 1. Linia przerywana przedstawia zaobserwowany średni poziom w każdej chwili pomiaru, zgodnie z tradycyjną koncepcją zmiany. Liniowy trend czasowy jest przedstawiony za pomocą linii ciągłej. Jak możemy zauważyć na rycinie 1, trend czasowy może być w pełni scharakteryzowany przez stan początkowy oraz tempo zmiany. Stan początkowy określa szacowany średni poziom w pierwszej chwili pomiaru. Tempo zmiany jest pokazane jako pochylenie trendu i określa szacowany przyrost w jednostce czasu.

Rycina 1. Liniowy trend czasowy dla danych w tabeli 1



Trend czasowy na rycinie 1 nie odzwierciedla interindywidualnych różnic w procesie zmiany, ponieważ zróżnicowanie osób w statusie początkowym oraz tempie zmiany nie jest przedmiotem analizy, a jedynie błędem statystycznym wpływającym na poziom inferencji statystycznej dotyczącej średniego statusu początkowego oraz średniego tempa zmiany w analizowanej populacji. Ponadto, analiza trendów nie pozwala na modelowanie korelacji między stanem początkowym i tempem zmiany, ani na analizę potencjalnych korelatów (predyktorów) stanu początkowego i/lub tempa zmiany. Korelacja stanu początkowego jest często obecna w procesach rozwojowych (Bereiter 1963; Blomqvist 1977; Linn i Slinde 1977), i może, przynajmniej częściowo, wyjaśniać zróżnicowanie osób w tempie zmiany.

Willett (1988) argumentuje jednak, że problemy, które towarzyszą podejściu (M)ANOVA w analizie zmiany jako różnica w średnich wynikach osiągniętych w arbitralnych chwilach pomiaru, wynikają bardziej z przyjętej konceptualizacji zmiany niż z „wrodzonych” defektów podejścia (M)ANOVA:

„It is a conceptualization that views individual learning, not as a process of continuous development over time, but as the quantized acquisition of skills, attitudes, and beliefs. It is as though the individual is delivered of a quantum of learning in the time period that intervenes between the premeasure and the postmeasure, and that our only concern should be with the size of the »chunk«” (Willett 1988: 347).

Analiza krzywych rozwojowych

Alternatywą dla tradycyjnego podejścia do analizy zmiany jest koncepcja zmiany jako kontynuujący proces, który leży u podłoża wyniku osiągniętego w dyskretnych chwilach pomiaru (Willett 1988). Jedną z najważniejszych konsekwencji tej koncepcji zmiany jest to, że zaobserwowana zmiana dla danej osoby między dwoma lub więcej chwilami pomiarowymi jest wynikiem indywidualnej trajektorii rozwoju tej osoby. W konsekwencji, zadaniem analizy statystycznej jest scharakteryzowanie indywidualnych krzywych rozwojowych zamiast określenie ilości zmiany, jaka wystąpiła między arbitralnymi chwilami pomiarowymi. Przedmiotem analizy krzywych rozwojowych jest proces zmiany, który każda osoba doświadcza w czasie.

Analiza krzywych rozwojowych ma swoje konceptualne źródła w trzech relatywnie niezależnie rozwijających się tradycjach statystycznych. Te tradycje to biostatystyka, pedagogika i psychometria (Muthén i Curran 1997). Obecnie możemy zaobserwować trend przenikania się tych tradycji w pracy takich badawczy, jak Brown i Du Toit (1991), Muthén (1991, 1993, 2002), Rogosa i Willett (1985), Willett i Sayer (1994) oraz Raudenbush (2001).

W tradycji biostatystycznej modele krzywych rozwojowych są charakteryzowane jako pomiar powtarzalny (*repeated measures*), ANOVA z efektami losowymi (*random effects ANOVA*), model mieszany (*mixed model*) oraz model losowych współczynników (*random coefficient model*). Kluczowa bibliografia to Rao (1958), Laird i Ware (1982) oraz Diggle, Liang i Zegar (1994) [Muthén i Curran 1997].

W tradycji pedagogicznej kluczowa terminologia to pochylenia regresji jako wyniki (*slopes-as-outcomes*), modele wielopoziomowe (*multilevel models*) oraz liniowe modele hierarchiczne (*hierarchical linear models*, HLM). Podstawowa literatura to Burstein (1980), Goldstein (1989, 1995), Bock (1989), Bryk i Raudenbush (1992) oraz Longford (1993) [Muthén i Curran 1997].

W modelu krzywych rozwojowych inetrindywidualne różnice w zmianie są uchwycone przez losowe współczynniki krzywych rozwojowych, które nie są bezpośrednio obserwowalne oraz różnią się między osobami. Dlatego w tradycji psychometrycznej rozważa się je jako zmienne latentne, a model krzywych rozwojowych jest określany mianem modelu latentnych krzywych rozwojowych (*latent growth curve model*, LGCM). Psychometryczny model latentnych krzywych rozwojowych jest bardzo podobny do klasycznego modelu psychometrycznego analizy czynnikowej, z tą różnicą, że model ten jest nazywany modelem chronometrycznym (*chronometric common factor model*), aby podkreślić

powtarzalny w czasie charakter zmiennych obserwowalnych (Meredith i Tisak 1984; McArdle 1986; McArdle i Epstein 1987). Najważniejsza bibliografia w literaturze psychometrycznej to: Tucker (1958), Meredith i Tisak (1984; 1990) oraz McArdle i Epstein (1987) [Muthén i Curran 1997].

Obecna prezentacja modelu krzywych rozwojowych jest przeprowadzona w konwencji psychometrycznego modelu LGCM. Tak jak w tradycyjnym podejściu (M)ANOVA, pomiar zmiennej zależnej y dla osoby i ($i = 1, 2, \dots, n$) w chwili pomiaru t ($t = 1, 2, \dots, T$) jest wyrażony jako y_{it} . Jednak w odróżnieniu do (M)ANOVA, w LGCM zakładamy, że obserwacje y_{it} są kombinacją „prawdziwych wyników” ξ_{it} oraz błędu pomiarowego ε_{it} . W konsekwencji, model liniowy dla indywidualnej zmiany możemy wyrazić jako:

$$y_{it} = \xi_{it} + \varepsilon_{it} \quad (2)$$

gdzie niewyjaśniona część zaobserwowanego wyniku jest zawarta w zmiennych w czasie pozostałościach (*time-varying residuals*) $\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_i^2)$ [Muthén i Khoo 1998]. Model dla zmiany w czasie w zmiennej obserwowalnej y jest wyrażony przez model dla ξ_{it} . Zauważmy, że model w Równaniu (2) jest modelem pomiarowym, w którym zmienna y jest zmienną bezpośrednio obserwowalną (wskaźnikiem zmiany), a zmienna ξ jest chronometrycznym czynnikiem zmiany, który jest jedynie obserwowalny poprzez wskaźnik y .

Różnego typu modele dla ξ_{it} mogą być postulowane. Na przykład, tradycyjny model wielomianowy dla krzywej rozwojowej stopnia p (*polynomial growth curve model*) w osobie i jest:

$$\xi_{it} = \alpha_i + \beta_{1i}t + \beta_{2i}t^2 + \dots + \beta_{pi}t^p. \quad (3)$$

Zauważmy, że liczba chwil pomiaru ogranicza maksymalny stopień wielomianu, $p \leq (T - 1)$. Plany badawcze z dwoma falami pomiaru ($T = 2$) dają minimum danych do szacowania modelu liniowego. Oczywiście scharakteryzowanie trajektorii, która nie jest liniowa, wymaga więcej niż dwóch chwil pomiaru dla tej samej osoby (Rogosa, Brandt i Zimowski 1982).

Jeżeli ograniczymy nasze rozważania ogólnego modelu wielomianowego w Równaniu 3, do specjalnego przypadku rozwoju liniowego, to model zmiany dla osoby i może być wyrażony jako:

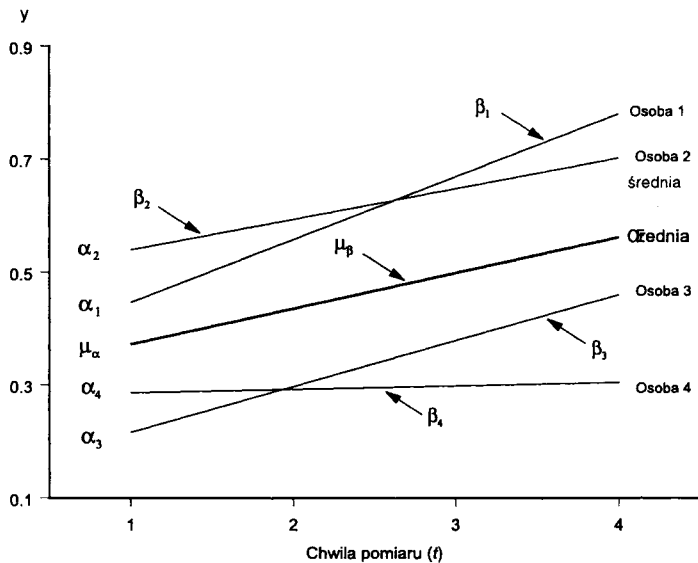
$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_i t + \varepsilon_{it} \quad (4)$$

gdzie α_i charakteryzuje stan początkowy ($t = 1$), a β_i jest parametrem tempa rozwoju (zmiany) dla osoby i . Zauważmy, że w odróżnieniu od tradycyjnej analizy trendów czasowych, stała regresji α_i oraz nachylenie linii regresji β_i są parametrami losowymi różniącymi się między osobami.

Rycina 2 ilustruje równania liniowe dla czterech osób i czterech fal pomiarowych (dane w tabeli 1) oraz średnią trajektorię zmiany dla tych osób. Jak może-

my zauważyć na rycinie 2, wszystkie osoby mają taką samą funkcjonalną (liniową) formę krzywych rozwojowych, ale różnią się parametrami indywidualnych (α_i, β_i) krzywych rozwojowych.

Rycina 2. Indywidualne krzywe rozwojowe dla danych w tabeli 1



Model indywidualnych krzywych rozwojowych w równaniu (2) jest nazywany modelem poziomym 1 lub modelem w osobie. Model poziomym 1 zakłada, że wszyscy członkowie populacji nie różnią się funkcjonalną formą indywidualnych trajektorii zmiany, ale różnią się wartościami parametrów indywidualnych trajektorii rozwojowych (Raudenbush 2001). W konsekwencji, w modelu poziomym 1 parametry krzywych rozwojowych (α, β) są parametrami losowymi, których wartości mogą się dowolnie różnić między osobami. Na przykład, jeżeli założymy liniową formę indywidualnych trajektorii zmiany, różnice interindywidualne mogą wynikać z różnic w statusie początkowym (α) oraz/lub tempa zmiany (β). Zakładając, że różnice interindywidualne są systematyczne, wariancja między osobami w parametrach krzywych rozwojowych ($\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2$) może być wyjaśniona przez jeden (lub więcej) korelaty (predyktory) zmiany (Rogosa i Willett 1985). Relacja między parametrami modelu poziomym 1 i korelatami zmiany jest uchwycona w modelu poziomym 2, nazywanym modelem między osobami.

Model poziomym 2 charakteryzuje rozkład trajektorii zmiany w populacji. Zgodnie z naszym liniowym modelem zmiany w Równaniu (4), parametry indywi-

dualnych trajektorii zmiany (α_i, β_i) poziomu 1 są rozproszone dookoła swoich średnich wartości (μ_α, μ_β) zgodnie z normalnym rozkładem dwuzmiennym (*bivariate normal distribution*):

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \mu_\alpha + \zeta_{\alpha_i} \\ \beta_i &= \mu_\beta + \zeta_{\beta_i} \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie

$$\begin{pmatrix} \zeta_{\alpha_i} \\ \zeta_{\beta_i} \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \psi_\alpha^2 & \psi_{\alpha\beta} \\ \psi_{\beta\alpha} & \psi_\beta^2 \end{pmatrix} \right] \quad (6)$$

Model poziomu 2, w równaniach (5) i (6), jest modelem różnic interindywidualnych w modelu różnic intraindywidualnych Równania (4). W modelu poziomu 2 parametry zasługujące na naszą szczególną uwagę to średnie w Równaniu 5 oraz wariancje i kowariancje w Równaniu (6). Parametry te informują nas o średniej trajektorii zmiany (μ_α, μ_β) , zróżnicowaniu w statusie początkowym (ψ_α^2) i tempie zmiany (ψ_β^2) , oraz o kowariancji statusu początkowego i tempa zmiany $(\psi_{\beta\alpha})$.

Pełny model indywidualnej zmiany, zawierający parametry modeli poziomu 1 oraz poziomu 2, jest wyrażony jako:

$$y_{it} = (\mu_\alpha + t\mu_\beta) + (\zeta_{\alpha_i} + t\zeta_{\beta_i} + \varepsilon_{it}) \quad (7)$$

Model w Równaniu (7) jest liniowym modelem hierarchicznym (*hierarchical model*), ponieważ na pierwszym poziomie y jest liniową funkcją parametrów α i β (Równanie 4), podczas gdy na drugim poziomie parametry α i β są liniową funkcją parametrów μ oraz ψ (Równania 5 i 6). Ta hierarchiczna zależność między parametrami modelu jest odpowiedzialna za określanie modelu w Równaniu (7) jako modelu hierarchicznego. Model w Równaniu (7) jest też modelem wielopoziomowym (*multilevel model*), ponieważ opisuje dane rozproszone na dwóch poziomach: w osobach (model poziomu 1) oraz między osobami (model poziomu 2). Model w Równaniu (7) jest także modelem losowych współczynników (*random coefficient model*), ponieważ model poziomu 1 definiuje współczynniki α i β , które są rozproszone losowo na poziomie 2. Model w Równaniu (7) może być także scharakteryzowany jako model mieszany (*mixed model*), w którym parametry μ_α i μ_β są efektami stałymi (*fixed effects*), a parametry ζ_{α_i} i ζ_{β_i} są efektami losowymi (*random effects*). Nasz model jest także modelem komponentów kowariancji (*covariance component model*), ponieważ zawiera komponenty wariancji ψ_α^2 i ψ_β^2 oraz komponent kowariancji $\psi_{\beta\alpha}$ (Raudenbush 2001).

W końcu, model w Równaniu (7) jest modelem latentnych krzywych rozwojowych (*latent growth curve model*), ponieważ trajektoria (krzywa) zmiany $\alpha_i + \beta_i t$ nie jest bezpośrednio obserwowalna i jest zależna od zmiennych latentnych α_i i β_i . Z tego samego powodu model w Równaniu (7) jest też określany mianem modelu latentnej zmiany (*latent change model*) (Raudenbush 2001).

Podejście SEM w Analizie Latentnej Zmiany

Jeżeli założymy, że chwile pomiaru t nie różnią się między osobami, model w Równaniu 7 jest także modelem równań strukturalnych (*structural equation model*, SEM²). W podejściu SEM, modelu poziomu 1, w Równaniu (4), może być rozważany jako model pomiarowy ze strukturami średnich dla zmiennych obserwowalnych y oraz zmiennych latentnych α i β zawartych w wektorze η :

$$y = \tau + \Lambda\eta + \varepsilon \quad (8)$$

gdzie wektor τ zawiera stałe pomiaru (*measurement intercepts*) dla zmiennych obserwowalnych y , macierz Λ zawiera ładunki czynnikowe, a wektor ε zawiera błąd pomiarowy.

Model poziomu 2, w Równaniu (5), jest modelem strukturalnym dla zmiennych latentnych α i β zawartych w wektorze η :

$$\eta = \alpha_\eta + B\eta + \zeta \quad (9)$$

gdzie, wektor α_η zawiera średnie wartości parametrów indywidualnych trajektorii zmiany μ_α i μ_β , macierz B zawiera parametry pochylenia linii regresji zmiennych latentnych zawartych w wektorze η , a ζ zawiera wektor pozostałości regresji. Ponieważ model krzywych rozwojowych jest szczególnym przypadkiem SEM, w którym $B = 0$, model poziomu 2 w Równaniu (9) upraszcza się do:

$$\eta = \alpha_\eta + \zeta \quad (10)$$

Model pomiarowy w Równaniu (8) oraz model strukturalny w Równaniu (10), wraz ze standardowymi założeniami o rozkładzie parametrów trajektorii zmiany: $E(\eta) = \alpha_\eta$, $E(\zeta) = 0$, $V(\zeta) = \Psi$ oraz rozkładzie błędu pomiarowego $E(\varepsilon) = 0$, $V(\varepsilon) = \Theta$, $\text{COV}(\varepsilon, \eta) = 0$ implikują określoną strukturę średnich i kowariancji dla wektora zmiennych obserwowalnych \mathbf{y} :

$$\mu_y = \tau + \Lambda\alpha_\eta \quad (11)$$

$$\Sigma = \Lambda\Psi\Lambda^T + \Theta_\varepsilon. \quad (12)$$

Zakładając wielozmiennowy rozkład normalny (*multivariate normal distribution*) dla wektora \mathbf{y} oraz pełną identyfikację modelu (*model overidentification*),

² W naszej prezentacji modelu latentnych trajektorii w podejściu SEM przyjmujemy szeroko stosowaną notację LISREL (Jöreskog i Sörbom 1989).

możemy testować dopasowanie modelu do danych za pomocą testu statystycznego chi-kwadrat (Bollen 1989).

W podejściu SEM, indywidualny model liniowej trajektorii zmiany (model poziomu 1) w Równaniu (8) dla osoby i w naszym przykładzie z czterema chwilami pomiaru ($T = 4$) może być zapisany jako

$$\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ y_{i3} \\ y_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{1\alpha} & \lambda_{1\beta} \\ \lambda_{2\alpha} & \lambda_{2\beta} \\ \lambda_{3\alpha} & \lambda_{3\beta} \\ \lambda_{4\alpha} & \lambda_{4\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \varepsilon_{i3} \\ \varepsilon_{i4} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

gdzie wektor stałych pomiaru τ oraz macierz ładunków czynnikowych Λ są kompletnie ograniczone tak, aby zawierały tylko znane wartości:

$$\tau = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Wektor błędu pomiarowego, ε , ma rozkład zgodny z klasycznym założeniem średniej wartości równej zero oraz niezależności i homogeniczności wariancji:

$$\Theta_\varepsilon = \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varepsilon^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varepsilon^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\varepsilon^2 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Zauważmy, że w typowych zastosowaniach modelu pomiarowego w Równaniu (8) elementy macierzy τ i Λ są estymowane. W modelu latentnych krzywych rozwojowych ograniczenia parametrów tych macierzy w Równaniu (14) służą „przesunięciu” indywidualnych parametrów krzywych rozwojowych (α_i , β_i) w modelu poziomu 1 do wektora latentnej zmiany η w model poziomu 2 (Willett i Sayer 1994).

W konsekwencji, model strukturalny poziomu 2 dla osoby i , w Równaniu (10), pozwala na bezpośrednie modelowanie parametrów średnich i rozproszenia rozkładu wektora latentnej zmiany η :

$$\eta_i = \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_\alpha + \zeta_{\alpha i} \\ \mu_\beta + \zeta_{\beta i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_{\alpha i} \\ \zeta_{\beta i} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

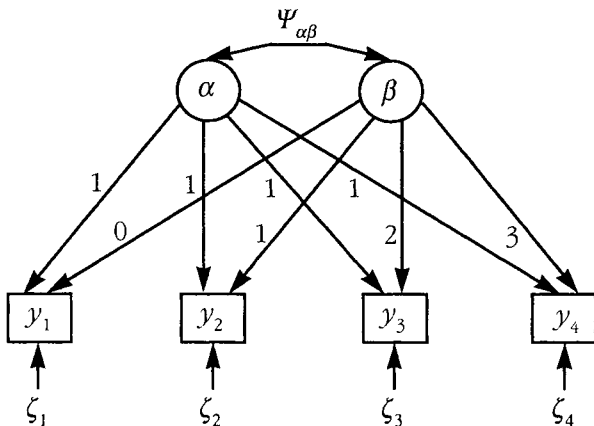
gdzie wektor średnich parametrów zmiany w populacji α_η oraz macierz kowariancji parametrów zmiany Ψ są:

$$E(\eta) = \alpha_{\eta} = \begin{bmatrix} \mu_{\alpha} \\ \mu_{\beta} \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{\alpha}^2 & \Psi_{\alpha\beta} \\ \Psi_{\beta\alpha} & \Psi_{\beta}^2 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Tak więc, model poziomemu 2 jest prostym modelem strukturalnym zawierającym szacunki średnich parametrów zmiany oraz ich rozproszenia w badanej populacji.

Tak jak w typowych zastosowaniach SEM, tradycyjny wykres ścieżkowy może być użyty do graficznej prezentacji parametrów modelu latentnych krzywych rozwojowych. Rycina 3 przedstawia wykres ścieżkowy dla naszego przykładu modelu liniowego określonego dla czterech chwil pomiarowych. Zgodnie z przyjętymi zasadami dla wykresów ścieżkowych, wyniki testowe y są przedstawione jako kwadraty. Zmienna latentna statusu początkowego α (*intercept*) oraz zmienna latentna tempa zmiany β (*slope*) są przedstawione jako koła. Kowariancja statusu początkowego i tempa zmiany jest przedstawiona jako dwukierunkowa strzałka $\Psi_{\beta\alpha}$.

Rycina 3. Wykres ścieżkowy modelu liniowego



Model latentnych trajektorii jest nie tylko modelem struktury średnich w Równaniu (11), ale także modelem struktury kowariancji w Równaniu (12). Dlatego możemy rozważać specyfikację oraz testowanie parametrów tego modelu w dwóch częściach: w części struktury średnich zawierającej parametry wyjaśniające schemat zróżnicowania w średnich zmiennych obserwowalnych oraz w części struktury kowariancji zawierającej parametry wyjaśniające wariancje i kowariancje zmiennych obserwowalnych (Muthén i Khoo 1998).

Rozważmy najpierw strukturę średnich w Równaniu (11). Ponieważ zmienna latentna η nie posiada naturalnej skali pomiarowej, parametry struktury średnich

τ i α_η nie są wyjątkowe, zidentyfikowane bez nałożenia dodatkowych restrykcji na parametry modelu w Równaniu (11) (Jöreskog i Sörbom 1989). Tak jest, ponieważ możemy dodać określoną stałą wartość, powiedzmy c , do α_η , która może być następnie skompensowana przez odjęcie $\lambda_t c$ od τ_t . Identyfikacja wektora struktury średnich α_η jest zapewniona poprzez ograniczenie wektora τ do zera, oraz poprzez ograniczenie macierzy ładunków czynnikowych Λ do znanych wartości, na przykład takich jak w Równaniu (14).

Ponieważ ładunki czynnikowe ($\lambda_{t\alpha}$) zmiennych obserwowalnych y na μ_α są ograniczone do wartości 1, stała regresji (μ_α) jest statusem początkowym posiadającym stały wkład do zaobserwowanych wyników w każdej chwili pomiaru t . Ładunki czynnikowe ($\lambda_{t\beta}$) zmiennych obserwowalnych y na parametr tempa zmiany (μ_β) są tak ograniczone, aby odzwierciedlać zróżnicowanie czasowe w chwilach pomiaru. W konsekwencji, wartość spodziewana zmiennej obserwowalnej y w chwili pomiaru t , μ_{y_t} , jest otrzymana dodając do statusu początkowego średnie tempo zmiany przemnożone przez współczynnik zmiany w czasie:

$$\mu_{y_t} = \mu_\alpha + \lambda_{t\beta} \mu_\beta \quad (18)$$

Jak możemy zauważyć w Równaniu (18), ograniczenie ładunku czynnikowego $\lambda_{t\beta}$ dla pierwszej chwili pomiaru ($t = 1$) do zera, oraz ograniczenie pozostałych ładunków czynnikowych $\lambda_{t\beta}$ (dla $t > 1$) tak, aby wyrażały prawdziwe interwały czasowe między chwilami pomiarowymi, zapewni takie skalowanie parametrów krzywych rozwojowych, w którym μ_α jest prawdziwym statusem początkowym, a μ_β jest prawdziwym tempem zmiany w przyjętych jednostkach czasu. Dla zilustrowania, założmy, że w naszym przykładzie w tabeli 1 cztery pomiary zmiennej zależnej y nastąpiły w wieku 10, 11, 13, i 15 lat. Aby zachować odpowiednie skalowanie parametrów krzywych rozwojowych μ_α i μ_β , macierz Λ w Równaniu (13) powinna być ograniczona do wartości

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Rozważmy teraz strukturę wariancji-kowariancji w Równaniu (12). W Równaniu (12) macierz kowariancji Ψ zawiera wariancje i kowariancje statusu początkowego oraz tempa zmiany. A więc informuje nas o wielkości korelacji między statusem początkowym i tempie zmiany oraz o rozmiarze interindywidualnego zróżnicowania w statusie początkowym ($\psi_\alpha^2 > 0$) oraz tempie zmiany ($\psi_\beta^2 > 0$). Istotne zróżnicowanie interindywidualne w parametrach indywidualnych krzy-

wych rozwojowych może uzasadnić dalszą rozbudowę modelu zmiany tak, aby zawierał korelaty (predyktory) zmiany (Rogosa i Willett 1985).

W Równaniu (12) macierz kowariancji Θ_ε zawiera parametry rozproszenia błędu pomiarowego. Nakładanie odpowiednich ograniczeń na elementy macierzy Θ_ε umożliwia modelowanie i testowanie różnorodnych hipotez dotyczących formy rozproszenia błędu pomiarowego (Willett i Sayer 1994). Zauważmy, że ograniczenia nakładane na macierz Θ_ε nie zależą od przyjętej funkcjonalnej formy krzywej rozwojowej, a jedynie od założonej formy rozproszenia błędu pomiarowego.

Przypuśćmy, że klasyczne założenia homogeniczności wariancji i niezależności błędu pomiarowego (braku autokorelacji) w Równaniu (15) są nierealistyczne dla naszych danych. Dlatego pragniemy jedynie założyć brak korelacji między błędem pomiarowym oddalonym przez dwie lub więcej chwile pomiaru, co implikuje następującą formę macierzy kowariancji błędu pomiarowego:

$$\Theta_\varepsilon = \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon_1}^2 & \sigma_{\varepsilon_1\varepsilon_2} & 0 & 0 \\ \sigma_{\varepsilon_2\varepsilon_1} & \sigma_{\varepsilon_2}^2 & \sigma_{\varepsilon_2\varepsilon_3} & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon_3\varepsilon_2} & \sigma_{\varepsilon_3}^2 & \sigma_{\varepsilon_3\varepsilon_4} \\ 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon_4\varepsilon_3} & \sigma_{\varepsilon_4}^2 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Możliwość, jaką daje podejście SEM w specyfikacji i testowaniu parametrów struktur średnich i struktury kowariancji, pozwala na test funkcjonalnej formy zmiany niezależnie od jakichkolwiek przyjętych założeń wobec rozkładu błędu pomiarowego. Ta elastyczność podejścia SEM nie jest, nawet w przybliżeniu, spełniona przez jakąkolwiek inną strategię analityczną stosowaną w analizie indywidualnych krzywych rozwojowych (Raudenbush 2001).

W typowej sekwencji testów dotyczących egzaminowanego procesu rozwojowego najpierw testujemy funkcjonalną formę zmiany, bez nakładania jakichkolwiek ograniczeń na rozkład błędu pomiarowego. Dopiero w drugim etapie sekwencji testów egzaminujemy hipotezy dotyczące formy rozkładu błędu pomiarowego. Ponieważ model, w którym nakładamy ograniczenia na rozkład błędu pomiarowego, jest zawarty w modelu, w którym nie wprowadzamy takich restrykcji, test dodatkowych ograniczeń nakładanych na rozkład błędu pomiarowego jest przeprowadzany za pomocą testu różnicy w statystykach dopasowania chi-kwadrat otrzymanych dla obu modeli (Bollen 1989).

Na przykład, w naszym przykładzie z czterema chwilami pomiarowymi test modelu liniowego nakłada dwie restrykcje - cztery średnie są wyjaśniane przez dwa parametry modelu liniowego - na strukturę średnich w Równaniu (11).

W konsekwencji, test chi-kwadrat dopasowania modelu do danych jest testem tych restrakcji i posiada dwa stopnie swobody. Na tym etapie naszej sekwencji testów nie nakładamy żadnych restrakcji na strukturę kowariancji w Równaniu (12), która jest dokładnie zidentyfikowana (*just-identified*) i dlatego nie wnosi dodatkowych stopni swobody do testowanego modelu. Zakładając, że model liniowy jest realistyczny, w następnym etapie sekwencji testów możemy przetestować hipotezę postulującą homogeniczność wariacji rozkładu błędu pomiarowego. To oznacza wprowadzenie trzech restrakcji na strukturę kowariancji w Równaniu (12). W konsekwencji statystyka dopasowania modelu chi-kwadrat ma pięć stopni swobody; dwie restrakcje nałożone na strukturę średnich oraz trzy restrakcje nałożone na strukturę kowariancji. Test restrakcji formy rozkładu błędu pomiarowego (homogeniczności wariacji) jest otrzymany poprzez wzięcie różnicy w statystykach dopasowania chi-kwadrat modelu zakładającego homogeniczność wariacji oraz modelu, w którym nie nakładamy takich restrakcji na formę rozkładu błędu pomiarowego.

Podjęcie SEM także pozwala na łatwą specyfikację i testowanie modeli postulujących złożone funkcjonalne formy rozwoju (Meredith i Tisak 1990; Willett i Sayer 1994). Na przykład, jeżeli pragniemy wyrazić zmianę jako kwadratową funkcję czasu, to zaobserwowany status osoby i w naszym przykładzie z czterema chwilami pomiaru ($T = 4$) jest zapisany jako

$$\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ y_{i3} \\ y_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{1\alpha} & \lambda_{1\beta_1} & \lambda_{1\beta_2}^2 \\ \lambda_{2\alpha} & \lambda_{2\beta_1} & \lambda_{2\beta_2}^2 \\ \lambda_{3\alpha} & \lambda_{3\beta_1} & \lambda_{3\beta_2}^2 \\ \lambda_{4\alpha} & \lambda_{4\beta_1} & \lambda_{4\beta_2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_{1i} \\ \beta_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \varepsilon_{i3} \\ \varepsilon_{i4} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

gdzie, tak jak w modelu liniowym, wektor stałych pomiaru τ oraz macierz ładunków czynnikowych Λ są kompletnie ograniczone tak aby zawierały tylko znane wartości:

$$\tau_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Lambda_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Szczególna forma ograniczeń w macierzy Λ , w Równaniu (22), zapewnia skalowanie parametrów krzywej rozwojowej w taki sposób, że μ_α jest prawdziwym statusem początkowym, a μ_{β_1} i μ_{β_2} są kolejno pochyleniem i zakrzywieniem trajektorii zmiany wyrażonej w jednostkach czasu. Jednak forma ograniczeń

w Równaniu (22) nie zapewnia niezależności (ortogonalności) testów dla liniowego (μ_{β_1}) i nieliniowego (μ_{β_2}) komponentu krzywej rozwojowej. Aby zachować niezależność testów dla tych komponentów krzywej rozwojowej musimy zastosować wielomiany ortogonalne³ (*orthogonal polynomials*) w miejsce ograniczeń ładunków czynnikowych dla zmiennych latentnych μ_{β_1} i μ_{β_2} w Równaniu (22):

$$\Lambda_y = \begin{bmatrix} 1 & -0.671 & 0.5 \\ 1 & -0.224 & -0.5 \\ 1 & 0.224 & -0.5 \\ 1 & 0.671 & 0.5 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Takie zastosowanie wielomianów ortogonalnych w miejsce współczynników zmiany w czasie w macierzy Λ_y nie zmienia dopasowania testowanego modelu do danych, ale zapewnia niezależność testów statystycznych komponentów trajektorii zmiany.

Model poziomu 2 dla kwadratowej trajektorii zmiany zawiera następujące parametry średnich i rozproszenia rozkładu wektora latentnej η zmiany :

$$\eta_i = \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_{1i} \\ \beta_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_\alpha + \zeta_{\alpha i} \\ \mu_\beta + \zeta_{\beta_1 i} \\ \mu_\beta + \zeta_{\beta_2 i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_{\beta_1} \\ \mu_{\beta_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_{\alpha i} \\ \zeta_{\beta_1 i} \\ \zeta_{\beta_2 i} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

gdzie wektor średnich parametrów zmiany w populacji α_η oraz macierz kowariancji parametrów zmiany Ψ są:

$$E(\eta) = \alpha_\eta = \begin{bmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_{\beta_1} \\ \mu_{\beta_2} \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_\alpha^2 & \Psi_{\alpha\beta_1} & \Psi_{\alpha\beta_2} \\ \Psi_{\beta_1\alpha} & \Psi_{\beta_1}^2 & \Psi_{\beta_2\beta_1} \\ \Psi_{\beta_2\alpha} & \Psi_{\beta_1\beta_2} & \Psi_{\beta_2}^2 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Badanie empiryczne

W tej części artykułu prezentujemy zastosowanie modelu latentnych trajektorii w analizie danych pochodzących z eksperymentalnego badania efektywności dodatku odżywczego lecytyny na funkcjonowanie poznawcze osób,

³ Współczynniki ortogonalnych trendów wielomianowych p - 1 stopnia uzyskaliśmy stosując funkcję „ORPOL” w module IML ogólnego pakietu statystycznego SAS (SAS Institute 1989a).

cierpiących na chorobę Alzheimera. Badanie to zostało przeprowadzone w Instytucie Psychiatrii, De Crespigny Park w Londynie (Hand i Taylor 1987). Hand i Taylor (1987: 182-190) podają szczegóły eksperymentalne tego badania oraz przeprowadzają tradycyjną analizę trendów czasowych w konwencji MANOVA.

Plan badawczy

Grupa 51 pacjentów, cierpiących na chorobą Alzheimera została losowo podzielona na grupę Placebo (kontrolną), $n_p = 26$, nie biorącą żadnego dodatku odżywczego, oraz grupę Lecytyny (eksperymentalną), biorącą dodatek odżywczy lecytynę. Ponieważ wyniki testowe trzech osób w grupie Lecytyny były niekompletne, ta grupa badawcza została efektywnie zredukowana do $n_l = 22$. Podczas całego okresu badania, wszyscy uczestnicy badania byli poddawani dwóm testom pamięci Typ 1 i Typ 2, w pięciu chwilach testowych ($T = 5$). Test Typ 1 (powtarzana forma testu) zawierał ten sam zestaw 30 słów w każdej okazji testowej. Test Typ 2 (równoległa forma testu) również zawierał 30, ale ekwiwalentnych słów w każdej okazji testowej. W każdej z pięciu chwil pomiaru osoby badane były testowane obiema formami testu. Wyniki testowe każdej osoby są liczbą poprawnie zapamiętanych słów na obu formach testu w każdej chwili pomiaru (Hand i Taylor 1987).

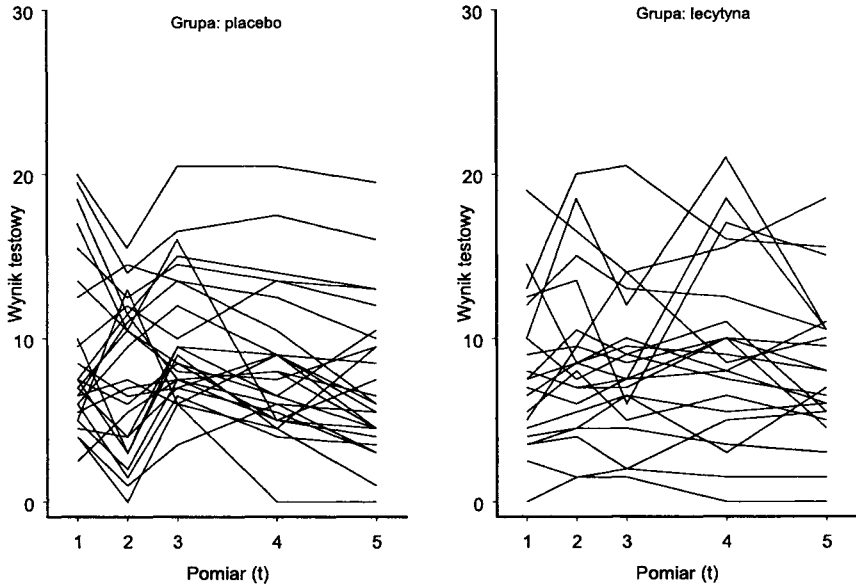
Dla potrzeb analizy zaprezentowanej w obecnym artykule, użyto średnich wyników każdego uczestnika badania w każdej chwili pomiaru. Zgodnie z naszą notacją, pierwszy pomiar ($t = 1$) to pomiar początkowy, dokonany krótko przed rozpoczęciem brania dodatku odżywczego przez grupę Lecytyny. Pozostałe chwile pomiarowe to jeden ($t = 2$), dwa ($t = 3$), cztery ($t = 4$), i sześć ($t = 5$) miesięcy od rozpoczęcia interwencji w grupie Lecytyny.

Wyniki

Wyniki uzyskane przez osoby badane w obu grupach porównawczych są pokazane na rycinie 4. Wyniki uzyskane w grupie Placebo są pokazane na lewym panelu, a wyniki w grupie Lecytyny są pokazane na prawym panelu ryciny 4. Jak jest widoczne na rycinie 4, obie grupy charakteryzuje duże zróżnicowanie indywidualnych trendów czasowych w wynikach testowych. Testowane hipotezy badawcze odnoszą się do różnic w trajektoriach zmiany między badanymi grupami porównawczymi oraz do formy rozkładu błędu pomiarowego. Analizę przeprowadzono za pomocą dobrze znanego pakietu statystycznego

LISREL 8.3⁴ (Jöreskog i Sörbom 1996). Komplet programów LISREL wykorzystanych do specyfikacji i testowania modeli egzaminowanych w obecnym artykule jest udostępniony w Aneksie.

Rycina 4. Wyniki uzyskane w obu grupach porównawczych



Test Modelu Braku Zmiany

W odróżnieniu od podejścia (M)ANOVA, podejście SEM pozwala na test hipotezy struktury średnich w Równaniu (11) bez nakładania jakichkolwiek ograniczeń na strukturę kowariancji w Równaniu (12).

Podejście SEM umożliwia test hipotezy NULL postulującej brak zmiany w funkcjonowaniu poznawczym w warunkach braku jakichkolwiek założeń ograniczających formę rozkład błędu pomiarowego. Ponieważ mamy pięć chwil pomiaru wyjaśnianych przez jeden parametr (α) test hipotezy NULL ma 4 stopnie swobody w każdej grupie porównawczej. Pierwsze dwie kolumny w tabeli 2

⁴ Modele SEM mogą być także testowane za pomocą innych dobrze znanych pakietów statystycznych takich jak AMOS (Arbuckle i Wothke 1999), Mplus (Muthén i Muthén 1998), lub PROC CALIS (SAS Institute, 1989b). Studencka wersja pakietu LISREL jest dostępna nieodpłatnie pod adresem internetowym www.ssicentral.com.

pokazują statystyki dobroci dopasowania⁵ modelu NULL w obu grupach porównawczych. Jak możemy zauważyć w tabeli 2, wartość statystyki dopasowania modelu NULL w grupie Lecytyny jest $\chi^2(4) = 3,600$, $p = 0,46$. Natomiast w grupie Placebo wartość statystyki dopasowania modelu NULL jest $\chi^2(4) = 11,872$, $p < 0,05$.

Tabela 2. Test Modelu NULL w grupach Lecytyny i Placebo oraz test modelu kwartowego w grupie Placebo

Parametr	Model NULL Grupa Lecytyny	Model NULL Grupa Placebo	Model Kwartowy Grupa Placebo
α	7,981***	9,111***	8,550***
β_1	-	-	- 1,145*
β_2	-	-	- 0,819
β_3	-	-	- 0,208
β_4	-	-	1,336**
χ^2	3,600	11,872*	0
df	4	4	0

* $p < 0,05$ ** $p < 0,01$ *** $p < 0,001$

Brak zmiany w funkcjonowaniu poznawczym w grupie Lecytyny jest spójny z hipotezą efektywności tego dodatku odżywczego w zahamowaniu skutków choroby Alzheimera. Szczególnie, jeżeli wzorzec zmiany w funkcjonowaniu poznawczym grupy Placebo wykazuje systematyczną deteriorację w wynikach testowych w czasie. Dlatego w pozostałych analizach skupiono się na testowaniu wzorca zmiany oraz na testach założeń rozkładu błędu pomiarowego w grupie Placebo.

⁵ W zastosowaniach SEM, obok testu chi-kwadrat często stosuje się dodatkowe statystyki dobroci dopasowania (*goodness-of-fit statistics*). Dwie takie statystyki to RMSEA (Steiger 1990) i AGFI (Jöreskog i Sörbom 1989). Zastosowanie dodatkowych statystyk dopasowania jest uzasadniane przez wrażliwość testu chi-kwadrat na nieistotne błędy w specyfikacji modelu w dużych próbach badawczych. Ponieważ analizowane próby badawcze są relatywnie małe ($n_p = 26$, $n_t = 22$) wykorzystano test chi-kwadrat jako jedyną podstawę decyzji statystycznych.

Testy Funkcjonalnej Formy Zmiany

W celu scharakteryzowania funkcjonalnej formy zmiany w grupie Placebo, sekwencję testów rozpoczęto od przetestowania $T - 1$ ortogonalnych trendów wielomianowych. Specyfikacja ortogonalnych trendów jest w tym wypadku bardzo istotna, ponieważ pozwala zachować niezależność (ortogonalność) testów dla każdego z $T - 1$ trendów (zob. Ferguson i Takane, 1989, rozdz. 18.9). Ortogonalność testowanych trendów jest osiągnięta poprzez wprowadzanie do macierzy ładunków czynnikowych Λ w Równaniu (8) odpowiednich współczynników dla trendu liniowego, kwadratowego, sześciennego i kwartowego. Testowany model zmiany to taki, który postuluje, że prawdziwa zmiana jest kwartową funkcją czasu (wielomian 4 stopnia), a zaobserwowany status osoby i w chwili pomiaru t jest charakteryzowany jako

$$\xi_{it} = \alpha_i + \beta_{1i}t + \beta_{2i}t^2 + \beta_{3i}t^3 + \beta_{4i}t^4, \quad (26)$$

gdzie α_i to status początkowy, a β_{1i} , β_{2i} , β_{3i} i β_{4i} to liniowy, kwadratowy, sześcienny i kwartowy komponent krzywej rozwojowej osoby i .

Chociaż model zmiany w Równaniu (26) jest dokładnie zidentyfikowany (*just identified*) i posiada zero stopni swobody, to fakt, że zastosowano ortogonalne wielomiany, pozwala na niezależny test każdego komponentu średniej trajektorii zmiany. Wyniki tych testów są podane w ostatniej kolumnie tabeli 2. Jak możemy zauważyć w tabeli 2, jedynie składniki: liniowy $\hat{\beta}_1 = 1,145$, $p = 0,01$ oraz kwartyczny $\hat{\beta}_4 = 1,336$, $p < 0,01$ są statystycznie istotne. Często, gdy indywidualne trajektorie rozwoju przyjmują funkcjonalną formę wielomianu wyższego rzędu, wzorec liniowy daje adekwatny obraz średniego wzorca zmiany w badanej populacji (Rogosa, Brandt i Zimowski 1982). Dlatego w celu uproszczenia dalszej prezentacji zastosowania modelu latentnych krzywych rozwojowych ograniczono dalsze analizy do wzorca liniowego.

W następnym etapie analizy wzorca zmiany w grupie Placebo przeegzamowano dopasowanie liniowego Modelu 0, w którym ograniczono parametry zakrzywienia średniej trajektorii zmiany, w Równaniu (26), do zera

$$\xi_{it} = \alpha_i + \beta_{1i}t \quad (27)$$

W konsekwencji, liniowy Model 0 jest modelem poziomu 1 charakteryzującym średnią trajektorię zmiany bez nakładania ograniczeń na strukturę kowariancji w modelu poziomu 2. Statystyka dopasowania Modelu 0 posłuży jako

punkt odniesienia w ocenie efektu wprowadzania ograniczeń w strukturze kowariancji w modelu poziomym 2 na stopień dopasowania modelu do danych.

Szacunki parametrów oraz test Modelu 0 są przedstawione w pierwszej kolumnie tabeli 3. Jak możemy zauważyć, Model 0 daje nieznacznie gorsze dopasowane $\chi^2(3) = 8,828, p < 0,05$, niż model kwartowy w tabeli 2. To potwierdza wcześniejsze założenie, że trend liniowy jest adekwatnym przybliżeniem trendu kwartowego dla scharakteryzowania średniego wzorca zmiany w funkcjonowaniu poznawczym grupy Placebo. Zauważmy dalej, że szacunek pochylenia trendu liniowego pokazuje tendencję schyłkową w funkcjonowaniu poznawczym w grupie Placebo, $\mu_\beta = -0,182, p < 0,05$. Szacowany średni poziom w funkcjonowaniu poznawczym w pierwszej chwili pomiaru (w statusie początkowym) jest $\mu_\alpha = 9,623, p < 0,001$. Ta prosta interpretacja parametrów trendu liniowego w Modelu 0 jest możliwa dzięki „przeskalowaniu” współczynników w macierzy ładunków czynnikowych (Λ) tak, aby odzwierciedlały prawdziwe zróżnicowanie czasowe między chwilami pomiarowymi: $\lambda_{1\beta} = 0, \lambda_{2\beta} = 1, \lambda_{3\beta} = 2, \lambda_{4\beta} = 4$, oraz $\lambda_{5\beta} = 6$.

Tabela 3. Test modelu liniowego oraz założeń rozkładu błędu pomiarowego w grupie Placebo

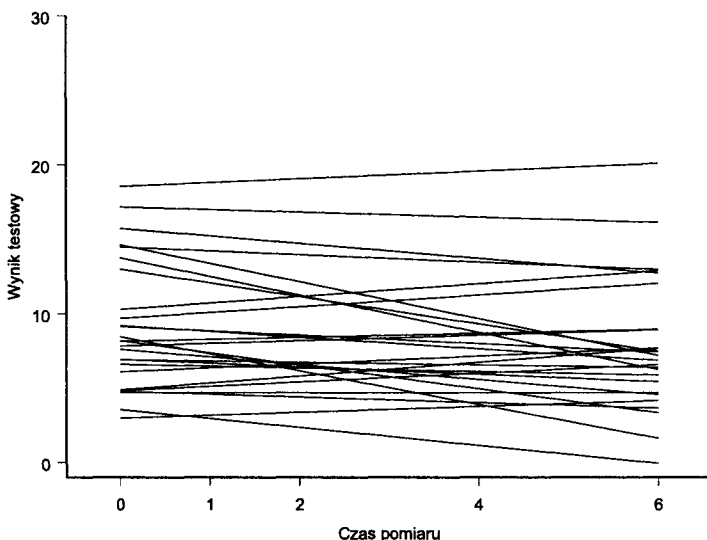
Parametr	Model 0	Model 1	Model 2	Model 3
μ_α	9,623***	9,168***	9,150***	9,117***
μ_β	-0,182*	-0,238*	-0,263***	-0,253**
σ_α^2	-	15,629**	15,949***	16,466**
σ_β^2	-	-0,003	-0,110	-0,075
$\sigma_{\alpha\beta}$	-	0,019	0,087	-0,047
$\sigma_{\varepsilon_1}^2$	26,818***	6,195***	7,117***	6,923***
$\sigma_{\varepsilon_2}^2$	23,623***	6,195***	7,117***	6,923***
$\sigma_{\varepsilon_3}^2$	17,058***	6,195***	7,117***	6,923***
$\sigma_{\varepsilon_4}^2$	20,927***	6,195***	7,117***	6,923***
$\sigma_{\varepsilon_5}^2$	22,902***	6,195***	7,117***	6,923***
χ^2	8,828*	30,462***	17,093	19,144
<i>df</i>	3	14	10	12

* $p < 0,05$ ** $p < 0,01$ *** $p < 0,001$

Model 0 jest modelem średniego trendu czasowego (modelem poziomym 1) i nie dostarcza informacji o wariancji i kowariancji parametrów indywidualnych trajektorii zmiany (σ_{α}^2 , σ_{β}^2 i $\sigma_{\alpha\beta}$), zawartych w modelu poziomym 2. Dlatego analiza Modelu 0 jest jedynie pierwszym krokiem w analizie takich hipotez rozwojowych, jak zróżnicowanie w statusie początkowym i tempie zmiany oraz korelacji między statusem początkowym i tempie zmiany. Odpowiedzi na takie pytania badawcze można jedynie uzyskać poprzez modelowanie indywidualnych trajektorii zmiany. To jest przez modelowanie struktury wariancji i kowariancji zawartej w modelu poziomym 2.

Indywidualne liniowe trajektorie zmiany dla grupy Placebo są przedstawione na rycinie 5. Jak możemy zauważyć, testowane osoby znacznie się różnią w funkcjonowaniu poznawczym w statusie początkowym oraz w pochyleniach indywidualnych trajektorii zmiany. Trajektorie na rycinie 5 są otrzymane z regresji liniowej (*ordinary least squares*, OLS) z klasycznymi założeniami homogeniczności wariancji (*homoscedasticity*) oraz niezależności błędu pomiarowego. Te założenia są centralne dla klasycznej teorii testu oraz literatury rozwojowej (Willett i Sayer 1994). Test tych założeń jest możliwy w podejściu LGCM poprzez nakładanie odpowiednich ograniczeń na strukturę kowariancji w modelu poziomym 2.

Rycina 5. Indywidualne trajektorie zmiany w grupie Placebo



Testy Założeń Rozkładu Błędu Pomiarowego

Szacunki parametrów oraz statystyka dopasowania linowego modelu indywidualnych trajektorii zmiany z typowymi założeniami homogeniczności wariancji i niezależności błędu pomiarowego są przedstawione w kolumnie Modelu 1, w tabeli 3. Jak możemy zauważyć w tabeli 3, Model 1 szacuje poziom funkcjonowania poznawczego w pomiarze początkowym na poziomie $\mu_\beta = 9,168$, $p < 0,001$ oraz deteriorację w funkcjonowaniu poznawczym z każdym upływającym miesiącem na poziomie $\mu_\beta = 0,238$, $p < 0,05$. W tabeli 3 możemy dalej zaobserwować statystycznie istotne zróżnicowanie interindywidualne w statusie początkowym, $\sigma_\alpha^2 = 15,629$, $p < 0,01$ oraz brak takiego zróżnicowania w pochyleniach indywidualnych trajektorii zmiany $\sigma_\beta^2 = 0,003$, $p = 0,49$. Ten negatywny szacunek wariancji nie wskazuje na problemy w estymacji modelu, gdyż znajduje się on w granicach błędu statystycznego, gdy parametr populacji ma wartość bliską zera⁶ (zob. Jöreskog i Sörbom 1989, rozdz. 8.1.1). Model 1, w tabeli 3, dalej charakteryzuje się brakiem korelacji między statusem początkowym i tempem zmiany, $\sigma_{\alpha\beta} = 0,019$, $p = 0,048$. W kontekście znaczącego zróżnicowania interindywidualnego w statusie początkowym oraz braku takiego zróżnicowania w tempie zmiany zaobserwowany brak korelacji między tymi parametrami jest zrozumiały.

W Model 1 założono homogeniczność wariancji ($\sigma^2 = 6,195$) oraz brak autokorelacji błędu pomiarowego. Typowo, ogólny test tych założeń jest przeprowadzany poprzez porównanie statystyki dobroci dopasowania modelu zawierającego wyżej wymienione restrykcje (Model 1) z wartością tej statystyki dla modelu, który nie wprowadza takich ograniczeń (Model 0): $\Delta\chi^2 = 30,462 - 8,828 = 21,634$, $\Delta df 14 - 3 = 11$, $p < 0,05$. Statystycznie istotna wartość testu sugeruje, że przynajmniej niektóre z narzuconych założeń na formę rozkładu błędu pomiarowego w Modelu 1 są nierealistyczne.

Ponieważ dla danych podłużnych zwykle przewiduje się obecność autokorelacji błędu pomiarowego między sąsiadującymi chwilami pomiarowymi, założenie braku takiej autokorelacji było najbardziej prawdopodobnym źródłem braku dopasowania Modelu 1. Dlatego w Modelu 2 uwolniono autokorelacje między sąsiadującymi falami badania ($\sigma_{\varepsilon_{21}}^2$, $\sigma_{\varepsilon_{32}}^2$, $\sigma_{\varepsilon_{43}}^2$ i $\sigma_{\varepsilon_{54}}^2$), zachowując

⁶ W pakiecie LISREL 8 jest możliwe testowanie modeli z nakładaniem restrykcji na parametry modelu tak, aby nie przyjmowały wartości poniżej zera. Jednak nakładanie takich restrykcji zwykle wiąże się z szacowaniem modelu, który nie jest optymalny ze statystycznego punktu widzenia, i dlatego stosowanie takich restrykcji powinno być używane jedynie w wyjątkowych sytuacjach (Jöreskog i Sörbom 1996).

założenie braku takiej autokorelacji dla pomiarów oddalonych przez więcej niż jedną falę badania wraz z założeniem homogeniczności wariancji błędu pomiarowego. Szacunki parametrów oraz statystyka dopasowania Modelu 2 są podane w trzeciej kolumnie tabeli 3. Jak możemy zauważyć, Model 2 nie reprezentuje statystycznie istotnego spadku dobroci dopasowania tego modelu w porównaniu z dopasowaniem Modelu 0: $\Delta\chi^2 = 17,093 - 8,828 = 8,265$, $\Delta df = 10 - 3 = 7$, $p = 0,31$, potwierdzając obecność autokorelacji między sąsiadującymi chwilami pomiarowymi.

Aby zademonstrować pełną elastyczność podejścia LGCM, w Modelu 3 nałożono kolejne ograniczenie na formę rozkładu błędu pomiarowego, polegające na założeniu równych autokorelacji dla chwil pomiarowych oddalonych od siebie przez równy interwał czasowy. Powyższe założenie równych autokorelacji implikuje następujące ograniczenia w macierzy rozkładu błędu pomiarowego Θ_ε : $\sigma_{\varepsilon_{21}}^2 = \sigma_{\varepsilon_{32}}^2$ i $\sigma_{\varepsilon_{43}}^2 = \sigma_{\varepsilon_{54}}^2$. Jak możemy zauważyć w ostatniej kolumnie tabeli 3, nałożenie tych ograniczeń nie spowodowało istotnej degradacji dopasowania Modelu 3 w porównaniu z dopasowaniem Modelu 2 $\Delta\chi^2 : 19,144 - 17,093 = 2,051$, $\Delta df = 12 - 10 = 2$, $p = 0,36$. To oznacza, że założenie równych autokorelacji między sąsiadującymi chwilami pomiarowymi w Modelu 3 jest realistyczne dla danych w grupie Placebo.

Podsumowanie

W modelu latentnych krzywych rozwojowych badamy indywidualną zmianę jako funkcję czasu. Takie podejście do analizy procesów rozwojowych jest rozwinięciem tradycyjnego podejścia (M)ANOVA (Meredith i Tisak 1990), w którym zmiana jest rozważana albo jako różnica w funkcjonowaniu grup między chwilami pomiarowymi, albo jako trend czasowy charakteryzujący średnią zmianę w badanej populacji. W tradycyjnym podejściu (M)ANOVA ignorujemy możliwość, że przebieg zmiany może być istotnie zróżnicowany między członkami badanej populacji. Model indywidualnych krzywych rozwojowych przezwycięża te ograniczenia tradycyjnego podejścia (M)ANOVA poprzez modelowanie indywidualnych trajektorii zmiany. Wynikiem analizy indywidualnych krzywych rozwojowych jest średnia trajektoria zmiany oraz zróżnicowanie indywidualnych trajektorii zmiany dookoła średniej (typowej) trajektorii, w badanej populacji.

Model indywidualnych krzywych rozwojowych jest modelem hierarchicznym, w którym model Poziomu 1 (model w osobie) określa funkcjonalną formę

indywidualnych trajektorii zmiany dla członków badanej populacji, a model poziomu 2 (model między osobami) charakteryzuje rozkład indywidualnych trajektorii zmiany w populacji. Model indywidualnych krzywych rozwojowych jest także modelem strukturalnym (SEM). W podejściu SEM, model poziomu 1 jest rozważany jako model pomiarowy, w którym parametry krzywych rozwojowych są zmiennymi latentnymi. Model poziomu 2 jest prostym modelem strukturalnym, który zawiera informacje o zróżnicowaniu (rozproszeniu) parametrów latentnych krzywych rozwojowych zawartych w modelu poziomu 1.

Podejście SEM pozwala na szczególną elastyczność w testowanych typach modeli rozwojowych oraz przyjętych założeniach dotyczących formy rozkładu błędu pomiarowego (Raudenbush 2001). Tę elastyczność podejścia SEM zaprezentowano poprzez testowanie różnorodnych hipotez wobec rozkładu błędu pomiarowego, w analizie danych empirycznych przeprowadzonej w tym artykule.

Typowe zastosowanie SEM w analizie indywidualnych krzywych rozwojowych wymaga, aby każda osoba była mierzona w tych samych interwałach czasowych (Willett i Sayer 1994; Raudenbush 2001). Jednak podejście SEM umożliwia analizę niekompletnych danych podłużnych, w których niektóre pomiary osób badanych są niedostępne z powodów losowych (McArdle i Hamagami 1991). Podejście SEM także pozwala na analizę planów badawczych będących kombinacją planów podłużnych i planów poprzecznych (*cross-sectional*). Takie plany badawcze są w literaturze rozwojowej określane jako *accelerated longitudinal designs* (McArdle i Hamagami 1991; Raudenbush i Chan 1992), *overlapping cohort designs* (Raudenbush i Chan 1993) oraz *cohort-sequential designs* (Anderson 1995). W skrócie, te plany badawcze pozwalają na szacowanie krzywych rozwojowych poprzez łączenie relatywnie krótkich, ale częściowo pokrywających się segmentów danych pochodzących od grup różniących się wiekiem. Technika ta została zapoczątkowana przez Bella w latach pięćdziesiątych (Bell 1953; 1954) i była przez niego określana jako konwergencja (*convergence*).

Jedną z najważniejszych cech podejścia SEM jest łatwość, z którą model indywidualnej zmiany może być rozwinięty tak, aby zawierał jeden lub więcej korelaty (predyktory) zmiany (Raudenbush 2001). Korelaty zmiany mogą być niezmiennie w czasie (*time-invariant*) lub zmienne w czasie (*time-varying*) (Rogosa i Willett 1985; Raudenbush 1995; Muthén 1991; Muthén i Khoo 1998). Korelaty zmiany są czynnikami wyjaśniającymi zaobserwowane zróżnicowanie interindywidualne w przebiegu rozwoju, to jest w parametrach indywidualnych trajektorii zmiany (Rogosa i Willett 1985; Willett i Sayer 1994; Stollmiller 1995; Muthén i Khoo 1998). W konsekwencji, takie modele zmiany nie tylko charakteryzują for-

mę zmiany, ale także wyjaśniają źródła zróżnicowania interindywidualnego w statusie początkowym oraz/lub tempie przebiegu procesu rozwojowego.

Model latentnych krzywych rozwojowych ma wiele zastosowań w obszarach badawczych, w których przedmiotem zainteresowania jest zmiana ilościowa. W obecnym artykule zademonstrowano zastosowanie tego modelu w badaniu eksperymentalnym zaplanowanym w celu ewaluacji programu terapeutycznego. Zaprezentowany model zmiany, wraz z towarzyszącą strategią analityczną, ma także zastosowanie w badaniu formy zmiany będącej efektem naturalnego procesu rozwojowego. Przykładami takich zastosowań mogą być badania formy rozwój psychospołecznego młodzieży lub natury schyłku w funkcjonowaniu psychoruchowym osób starszych.

Aneks

W tym Aneksie prezentowany jest komplet programów LISREL 8 użytych w testowaniu modeli zaprezentowanych w tabelach 2 i 3. Każdy program jest zidentyfikowany przez linię tytułową (pierwszą linię programu) określającą testowany model. Dla Modeli NULL w tabeli 1 prezentowane są pełne programy zawierające analizowane macierze kowariancji i wektory średnich dla obu grup. Dla pozostałych modeli prezentowane są jedynie te części składni LISREL, które są specyficzne dla danego modelu. Komentarze zapisane kursywą informują, która część składni jest w wspólna dla danego modelu i modelu wcześniej testowanego. Komentarze zapisane kursywą nie są częścią składni LISREL i nie powinny być zawarte w użytych programach.

Model NULL w Tabeli 1: Grupa Lecytyny

da ni=5 no=22

la

t1 t2 t3 t4 t5

cm

19.7660

17.7690 25.5940

14.7600 19.1930 20.0610

17.4550 23.5870 15.7970 30.8170

16.8190 18.0680 14.2750 19.5520 20.2690

me

7.8636 8.8864 8.3182 9.4318 8.0682

mo ny=5 ne=1 ly=fu,fi te=sy,fr al=fr ps=sy,fi
 le
 intercept
 va 1 ly(1,1) ly(2,1) ly(3,1) ly(4,1) ly(5,1)
 ou nd=3

Model NULL w tabeli 1: Grupa Placebo

da ni=5 no=26

la

t1 t2 t3 t4 t5

cm

26.5400

15.7420 21.4900

16.9230 12.9670 16.6910

15.4640 15.6990 14.2150 20.7380

17.9550 17.4770 13.6380 18.2840 21.4950

me

9.0962 7.9808 9.8654 8.4615 7.3462

mo ny=5 ne=1 ly=fu,fi te=sy,fr al=fr ps=sy,fi

le

intercept

va 1 ly(1,1) ly(2,1) ly(3,1) ly(4,1) ly(5,1)

ou nd=3

Model Kwartowy w tabeli 2: Grupa Placebo

Dodaj linie 2 do 11 (da, la, cm, me) w Modelu NULL dla grupy Placebo

mo ny=5 ne=5 ly=fu,fi te=sy,fr al=fr ps=sy,fi

le

intercept trendW1 trendW2 trendW3 trendW4

va 1.ly(1,1) ly(2,1) ly(3,1) ly(4,1) ly(5,1)

!trend linowy (wielomian ortogonalny 1go stopnia)

va -.5397956190 ly(1,2)

va -.3321819194 ly(2,2)

va -.1245682198 ly(3,2)

va .2906591795 ly(4,2)

va .7058865788 ly(5,2)

!trend kwadratowy (wielomian ortogonalny 2go stopnia)

va .5444879903 ly(1,3)

va -.0857461402 ly(2,3)
 va -.4673164641 ly(3,3)
 va -.4844656921 ly(4,3)
 va .4930403061 ly(5,3)
 !trend sześcienny (wielomian ortogonalny 3go stopnia)
 va -.4064000946 ly(1,4)
 va .4484414837 ly(2,4)
 va .3783725019 ly(3,4)
 va -.6586484292 ly(4,4)
 va .2382345382 ly(5,4)
 !trend kwartowy (wielomian ortogonalny 4go stopnia)
 va .2167774924 ly(1,5)
 va -.6936879756 ly(2,5)
 va .6503324771 ly(3,5)
 va -.2167774924 ly(4,5)
 va .0433554985 ly(5,5)
 ou nd=3

Model 0 w Tabeli 3: Grupa Placebo

Dodaj linie 2 do 11 (da, la, cm, me) w Modelu NULL dla grupy Placebo

mo ny=5 ne=2 ly=fu,fi te=sy,fr al=fr ps=sy,fi

le

statusPo tempoZm

va 1 ly(1,1) ly(2,1) ly(3,1) ly(4,1) ly(5,1)

!linowa trajektoria zmiany (wielomian 1go stopnia)

va 0 ly(1,2)

va 1 ly(2,2)

va 2 ly(3,2)

va 4 ly(4,2)

va 6 ly(5,2)

ou nd=3

Zmień linie tytułową i mo. Pozostałe linie dodaj do składni Modelu 0

Model 1 w tabeli 3: Grupa Placebo

mo ny=5 ne=2 ly=fu,fi te=sy,fi al=fr ps=sy,fr

fr te(1,1) te(2,2) te(3,3) te(4,4) te(5,5)

eq te(1,1) te(2,2) te(3,3) te(4,4) te(5,5)

Zmień linię tytułową. Pozostałe linie dodaj do składni Modelu 1

Model 2 w tabeli 3: Grupa Placebo

fr te(2,1) te(3,2) te(4,3) te(5,4)

Zmień linię tytułową. Pozostałe linie dodaj do składni Modelu 2

Model 3 w tabeli 3: Grupa Placebo

eq te(2,1) te(3,2)

eq te(4,3) te(5,4)

Analysis of Change Using

Latent Growth Curve Analysis

Literatura

- Anderson, Edward R. 1995. *Accelerating and Maximizing Information from Short-term Longitudinal Research*. W: J.M. Gottman (red.), *The Analysis of Change*. Mahwah, NJ: LEA, (s. 139-163).
- Arbuckle, James L. i Werner Wothe. 1999. *Amos 4.0 User's Guide*. Chicago, IL: SPSS Inc.
- Bell, Richard Q. 1953. *Convergence: An Accelerated Longitudinal Approach*. „Child Development” 24: 145-152.
- Bell, Richard Q. 1954. *An Experimental Test of the Accelerated Longitudinal Approach*. „Child Development” 25: 281-286.
- Blomqvist, Nils. 1977. *On the Relation between Change and Initial Value*. „Journal of the American Statistical Association” 72: 746-749.
- Bock, R. Darrell. 1989. *Multilevel Analysis of Educational Data*. San Diego, CA: Academic Press.
- Bollen, Kenneth A. 1989. *Structural Equations with Latent Variables*. New York: Wiley.
- Brereiter, Carl. 1963. *Some Persisting Dilemmas in the Measurement of Change*. W: W. Harris (red.), *Problems in the Measurement of Change*. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, s. 3-20.
- Brown, Michael W. i Stephen H. Du Toit. 1991. *Models for Learning Data*. W: L.M. Collins i J.L. Horn (red.), *Best Methods for the Analysis of Change*. Washington, D.C.: APA, s. 47-68.
- Bryk, Anthony S. i Stephen W. Raudenbush. 1992. *Hierarchical Linear Models, Applications and Data Analysis Methods*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Burstein, Leigh. 1980. *The Analysis of Multi-level Data in Educational Research and Evaluation*. „Review of Research in Education” 8: 158-233.
- Collins, Linda M. 1991. *Measurement in Longitudinal Research*. W: L.M. Collins i J.L. Horn (red.), *Best Methods for the Analysis of Change*. Washington, D.C.: APA, s. 137-148.

- Collins, Linda M. i Aline G. Sayer. 2001. *New Methods for the Analysis of Change*. Washington, D.C.: APA.
- Crowder, Martin J. i David J. Hand. 1990. *Analysis of Repeated Measures*. New York: Chapman & Hall.
- Cunningham, Walter R. 1991. *Issues in Factorial Invariance*. W: L.M. Collins i J.L. Horn (red.), *Best Methods for the Analysis of Change*. Washington, D.C.: APA, (s. 106-113).
- Diggle, Peter J., Kung-Yee Liang i Scott L. Zeger. 1994. *Analysis of Longitudinal Data*. New York: Oxford University Press Inc.
- Ferguson, George A. i Yoshio Takane. 1997. *Analiza statystyczna w psychologii i pedagogice*. Warszawa: PWN.
- Goldstein, Harvey. 1987. *Multilevel Models in Education and Social Research*. London: Oxford University Press.
- Goldstein, Harvey. 1995. *Multilevel Statistical Models*. London: Edward Arnold.
- Gottman, John M. 1995. *The Analysis of Change*. Mahwah, NJ: LEA.
- Hand, D.J. i C.C. Taylor. 1987. *Multivariate Analysis of Variance and Repeated Measures: A Practical Approach for Behavioral Scientists*. New York: Chapman & Hall.
- Harris, Chester W. 1963. *Problems in the Measurement of Change*. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press.
- Jöreskog, Karl G. i Dag Sörbom. 1989. *LISREL 7 – A Guide to the Program and Applications, 2nd ed.* Chicago, Il: SPSS Inc.
- Jöreskog, Karl G. i Dag Sörbom. 1996. *LISREL 8 User's Reference Guide*. Chicago, Il: Scientific Software International.
- Labouvie, Erich W. 1981. *The Study of Multivariate Change Structures: A Conceptual Perspective*. „Multivariate Behavioral Research” 16: 23-35.
- Laird, Nan M. i James H. Ware. 1982. *Random-effects Models for Longitudinal Data*. „Biometrics” 38: 963-974.
- Linn, Robert L. i Jeffrey A. Slinde. 1977. *The Determination of Significance of Change between Pre- and Posttesting Periods*. „Review of Educational Research” 47: 121-150.
- Longford, Nicholas T. 1993. *Random Coefficient Models*. New York: Oxford University Press.
- Lord, Frederic M. 1958. *Further Problems in the Measurement of Growth*. „Educational and Psychological Measurement” 18: 437-454.
- McArdle, John J. 1986. *Dynamic but Structural Equation Modeling of Repeated Measures Data*. W: J.R. Nesselroade, R.B. Cattell (red.), *Handbook of Multivariate Experimental Psychology*. Vol II. New York: Plenum.
- McArdle, John J. i David Epstein. 1987. *Latent Growth Curve within Developmental Structural Equation Models*. „Child Development” 58: 110-133.
- McArdle, John J. i Fumiaki Hamagami. 1991. *Modeling Incomplete and Cross-sectional Data using Latent Growth Structural Models*. W: L. Collins i J. Horn (red.), *Best Methods for the Analysis of Change*. Washington, D.C.: APA, s. 276-304.

- McCall, Robert B. 1977. *Challenges to a Science of Developmental Psychology*. „Child Development” 48: 333-344.
- McCall, Robert i Mark I. Appelbaum. 1973. *Bias in the Repeated Measures Analysis of Variance: Some Alternative Approaches*. „Child Development” 44: 401-415.
- Meredith, William i John Tisak. 1984. „Tuckerizing» curves”. Artykuł zaprezentowany podczas dorocznego spotkania Towarzystwa Psychometrycznego w Santa Barbara, California.
- Meredith, William i John Tisak. 1990. *Latent Curve Analysis*. „Psychometrika” 55: 107-122.
- Muthén, Bengt O. 1991. *Analysis of Longitudinal Data Using Latent Variable Models with Varying Parameters*. W: L.M. Collins, J.L. Horn, (red.), *Best Methods for the Analysis of Change*. Washington, D.C.: APA, s. 1-17.
- Muthén, Bengt O. 1993. *Latent Variable Modeling with Missing Data and Multilevel Data*. W: C.R. Rao i C. M. Cuadras (red.), *Multivariate analysis: Future Directions*. Amsterdam: North-Holland, s. 199-210.
- Muthén, Bengt O. 2002. *Beyond SEM: General Latent Variable Modeling*. „Behaviormetrika” 29: 81-117.
- Muthén, Bengt O. i Patrick J. Curran. 1997. *General Growth Modeling in Experimental Designs: A Latent Variable Framework for Analysis and Power Estimation*. „Psychological Methods” 2: 1-22.
- Muthén, Bengt O. i Siek-Toon Khoo. 1998. *Longitudinal Studies of Achievement Growth using Latent Variable Modeling*. „Learning and Individual Differences” 10: 73-101.
- Muthén, Linda K. i Muthén, Bengt O. 1998. *Mplus User's Guide*. Los Angeles, CA: Muthün & Muthün.
- O'Brien, Ralph G. i Mary K. Kaiser. 1985. *MANOVA Method for Analyzing Repeated Measures Designs: An Extensive Primer*. „Psychological Bulletin” 97: 316-333.
- Rao, C. Radhakrishna. 1958. *Some Statistical Methods for Comparison of Growth Curves*. „Biometrics” 14: 1-17.
- Raudenbush, Stephen W. 1995. *Hierarchical Linear Models to Study the Effects of Social Context on Development*. W: J.M. Gottman (red.), *The Analysis of Change*. Mahwah, NJ: LEA, s. 165-201.
- Raudenbush, Stephen W. 2001. *Toward a Coherent Framework for Comparing Trajectories of Individual Change*. W: L. Collins i A. Sayer (red.), *New Methods for the Analysis of Change*. Washington, D.C.: APA, s. 35-64.
- Raudenbush, Stephen W. i Wing-Shing Chan. 1992. *Growth Curve Analysis in Accelerated Longitudinal Designs*. „Journal of Research in Crime and Delinquency” 29: 387-411.
- Raudenbush, Stephen W. i Wing-Shing Chan. 1993. *Application of a Hierarchical Model to the Study of Adolescent Deviance in an Overlapping Cohort Design*. „Journal of Consulting and Clinical Psychology” 61: 941-951.
- Rogosa, David, David Brandt i Michele Zimowski. 1982. *A Growth Curve Approach to the Measurement of Change*. „Psychological Bulletin” 92: 726-748.
- Rogosa, David, i John B. Willett. 1985. *Understanding Correlates of Change by Modeling Individual Differences in Growth*. „Psychometrika” 50: 203-228.

- SAS Institute. 1989a. *SAS/IML Software: Usage and reference, Version 6*. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- SAS Institute. 1989b. *SAS/STAT User's Guide: Volume 1, ANOVA-FREQ, Version 6*. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Steiger, James H. 1990. *Structural Model Evaluation and Modification: An Interval Estimation Approach*. „Multivariate Behavioral Research” 25: 173-180.
- Stollmiller, Mike. 1995. *Using Latent Growth Curve Models to Study Developmental Processes*. W: J.M. Gottman (red.), *The Analysis of Change*. Mahwah, NJ: LEA, s. 103-138.
- Tisak, John i William Meredith. 1990. *Longitudinal Factor Analysis*. W: A. von Eye (red.), *Statistical Methods in Longitudinal Research*, Vol. I. San Diego, CA: Academic Press, Inc., s. 125-149.
- Tucker, Ledyard R. 1958. *Determination of Parameters of a Functional Relation by Factor Analysis*. „Psychometrika” 23: 19-23.
- Willett, John B. 1988. *Questions and Answers in the Measurement of Change*. W: E.Z. Rothkopf (red.), „Review of Research in Education” 15: 345-422.
- Willett, John B. i Aline G. Sayer. 1994. *Using Covariance Structure Analysis to Detect Correlates and Predictors of Individual Change over Time*. „Psychological Bulletin” 116: 363-381.
- Wohlwill, Joachim F. 1973. *The Study of Behavioral Development*. New York: Academic Press.

ANALYSIS OF CHANGE USING LATENT GROWTH CURVE ANALYSIS

Traditional approach to analysis of change (MANOVA) was based on assumption that change consists of series of quantum differences in functioning of individuals - looked at in terms of arbitrary measurement moments. Such approach refers to model of average change where inter-individual differences are regarded as being “not explained” in MANOVA model. I present here model of latent developing curves which is extension of MANOVA - change is defined here as a continuous process assuming some difference between individuals. This model allows to carry out test of hypotheses on development which refer to correlation between departure point and pace of change, and hypotheses taking into account variables explaining inter-individual differences in departure point and/or pace of change. Statistical model of latent developing curves is presented in terms of general model of structural equations. It also illustrates application of this model in case of research on effectiveness of nourishment in functioning of

individuals suffering from Alzheimer disease. In conclusion I discuss limitations of the model of latent developing curves, its applications in analysis of non-complete data on development, and research projects which link cross-sectional and longitudinal approach.